

Elementos de Cosmología Inflacionaria

Cosmology Inflationary Elements

M.Sc Alexander Moreno Sánchez

Centro Colombiano de Cosmología y Astrofísica

Bogotá. D. C, Colombia.

amorenosa@unal.edu.co

Recibido 05 -12- 2011; Aceptado 05 - 01- 2012; Publicado en línea 05 - 01 - 2011

Resumen

La cosmología inflacionaria, o específicamente la etapa inflacionaria del universo constituye una de los eventos naturales más asombroso y espectacular, se muestra en este pequeño artículo algunos elementos conceptuales y analíticos de la era inflacionaria.

PACS: 98.80.-k, 98.80.Es

Palabras Claves: Campo escalar, supersimetría, supergravedad, ecuaciones de Friedmann, Universo membrana.

Abstract

Inflationary cosmology, or inflationary stage specifically in the universe is one of nature's most amazing events and spectacular shows in this short article conceptual and analytical elements of the inflationary era.

PACS: 98.80.-k, 98.80.Es

Keywords: Scalar field, supersymmetry, supergravity, equations of Friedmann, braneworld.

©2011. Centro Colombiano de Cosmología y Astrofísica. Todos los derechos reservados.

1 Introducción

La cosmología inflacionaria, o la etapa inflacionaria es uno de los más intrigantes y asombrosos fenómenos físicos, tan asombroso que es el fenómeno responsable de configurar el universo actual, el big bang como evento natural que da origen al universo, por sí sólo no es suficiente para producir la estructura y dinámica del universo actual. La etapa inflacionaria fue propuesta para solucionar algunos problemas del modelo estándar, es decir se introduce de forma intuitiva, sin elementos observables directos y sin que la formulación teórica estándar prediga tal etapa. El paradigma de la inflación[1] ofrece la atractiva posibilidad de resolver

muchos de los enigmas de la cosmología del big bang caliente normal. El ingrediente crucial de los escenarios de inflación de más éxito es un período llamado de "slow-roll" (lento rodar), en el cual la evolución de un campo escalar ϕ (el "inflatón") libera la energía potencial $V(\phi)$ almacenada en ϕ cuando es dominado por su energía cinética $\dot{\phi}^2/2$ la cual conduce a una expansión exponencial del universo. En la actualidad no existe un escenario preferido concreto inflacionario basada en un modelo de física de partículas realistas y convincente. Por ejemplo, en particular, aunque la teoría de cuerdas proporciona unos campos escalares débilmente acoplados, los cuales podrían ser candidatos

a inflatones naturales, sus potenciales no perturbativos $V(\phi)$ no parecen ajustarse a las condiciones de slow-roll para la inflación, ya que, para grandes valores de ϕ , tienden a crecer, o tienden a cero, o son demasiado rápidos. Por lo tanto, es importante explorar nuevas posibilidades de aplicación de una evolución inflacionaria en los inicios del universo[2].

En palabras de Max Tegmark puede decirse que la inflación creará un espacio matemático-físico donde todas las soluciones que brinde la inflación se materializarán, de tal forma que la inflación es un proceso físico muy creativo que transforma las posibilidades hipotéticas en algo real que realmente ocurre en algún sitio.

2 Algunos Problemas del Modelo Estándar

Aunque el modelo de big bang caliente estándar es impresionantemente exitoso en consideración de la expansión de Hubble, de la radiación cósmica de fondo, de la abundancia de núcleos atómicos livianos, además de permitir retroceder en el tiempo hasta cuando el universo tenía un segundo de edad, estos y otros aspectos son lo que le confieren al big bang caliente su incuestionable importancia, pero el Modelo Estándar de la Cosmología adolece de algunos problemas básicos los cuales no permiten obtener una explicación completa y adecuada de la estructura y dinámica del universo actual. Se citan los siguientes problemas

1. El problema de por qué el universo es tan viejo y plano cuando su escala natural de tiempo es la escala de tiempo de Planck $t_P \simeq 10^{-44}s$.

2. El problema de la causalidad o del horizonte, el cual surge cuando el universo se expande a una velocidad menor que la velocidad de la luz.

3. El problema de como la dinámica del universo puede evitar que al comienzo del universo dominaran las singularidades topológicas tales como monopolos, cuerdas o dominios de pared, las cuales surgen como consecuencia del rompimiento espontáneo de la simetría de gran unificación. (Un monopolo magnético es una partícula hipotética que consiste en un imán con un solo polo magnético. La idea la planteó Paul Dirac en 1931 y con ella se podría explicar la cuantización de la carga eléctrica. Con los monopolos magnéticos, además, se pueden escribir las ecuaciones de Maxwell de forma completamente simétrica ante un intercambio de las cargas magnéticas y eléctricas. Un campo magnético tiene siempre asociados dos polos magnéticos (norte y sur), al igual que un imán. Si se corta un imán en dos partes, cada una tendrá a su vez dos

polos magnéticos. Si se sigue el proceso hasta tener únicamente un electrón girando en una órbita, el campo magnético que genera tiene, también, dos polos. Por tanto, clásicamente, los monopolos no existen).

También podemos pensar que existe el enigma de la formación de estructura ya que estructuras tales como estrellas y galaxias se han formado del aparentemente universo temprano altamente homogéneo. Es más, nos asombra por qué el universo tiene aparentemente sólo tres dimensiones espaciales cuando los resultados teóricos recientes y profundos recomiendan o favorecen las ventajas enormes de contar con la alta dimensionalidad. Se encuentra que todas estas cuestiones parecen estar relacionadas de una u otra manera en la cual el universo se expande y que al menos alguno de ellos pueda ser resuelto mediante la hipótesis de la "Inflación", la cual afirma que existió un periodo de muy rápido, en verdad exponencial, crecimiento del tamaño del universo a edad muy temprana. En lo que sigue se examina de forma más precisa las dificultades señaladas anteriormente.

2.1 Problema de la Planitud

El único parámetro de escala en la ecuación de Friedmann es suministrado por la constante gravitacional G_N , que en términos de constantes fundamentales es $G_N = M_P^{-2}$, haciendo $\hbar = c = 1$, con lo cual obtenemos las llamadas ecuaciones de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G_N \rho}{3} - \frac{k}{R^2} + \frac{\Lambda}{3}, \quad (1)$$

$$\left(\frac{\ddot{R}}{R}\right) = \frac{8\pi \rho}{3M_P^2} - \frac{k}{R^2} + \frac{\Lambda}{3}. \quad (2)$$

Debe naturalmente esperarse que la constante de Hubble H , la densidad de masa-energía ρ , y la constante cosmológica sean del orden de la unidad en estas unidades de Planck. Sin embargo, H^{-1} es del orden de $t_P \approx 10^{-44}s$, en comparación de la edad actual del universo $H_0^{-1} \approx 10^{17}s$. Igualmente, la constante cosmológica debe estar acotada por $\Lambda \lesssim 3H^2 = 10^{-122}t_P^{-2}$ obtenida de las cotas del parámetro de desaceleración q_0 y en consecuencia, aunque no conocemos el valor real de la constante cosmológica, Λ debe ser idénticamente cero o debe tener un valor extraordinariamente pequeño cuando se expresa en estas unidades naturales. Paradojicamente, hace tiempo que se conocen las constantes fundamentales de forma precisa. Sin embargo, no es del todo claro por qué $\Lambda \approx 0$. Por lo tanto, despreciando Λ , se pueden reescribir las ecuaciones anteriores como

$$\frac{\rho - \rho_c}{\rho} = \frac{3k}{8\pi G_N \rho R^2}, \quad (3)$$

donde la densidad crítica es $\rho_c = 3H^2/8\pi G_N$. Se conoce que $|(\rho - \rho_c)/\rho| \lesssim O(1)$, pero como $R \sim t^{2/3}$ y $\rho \sim R^{-3}$ en la época de dominio de materia y $R \sim t^{1/2}$ y $\rho \sim R^{-4}$ en la época de dominio de radiación, por lo tanto se encuentra

$$\frac{\rho - \rho_c}{\rho} \sim t^{2/3}, \quad (4)$$

$$\frac{\rho - \rho_c}{\rho} \sim t, \quad (5)$$

para cada uno de los casos.

Por lo tanto si esta cantidad es del orden de $\lesssim O(1)$ entonces hoy día debe ser del orden de $\lesssim 10^{-60}$ en $t = t_P$. Por lo tanto, para lograr esto es necesario un ajuste muy fino de los parámetros para mantener ρ cerca de ρ_c en cualquier época, es decir para todo t , y de este modo mantener la pequeña curvatura en un gran intervalo de tiempo. Esto sugiere que el universo es verdaderamente plano, es decir $k = 0$, y de este modo $\rho = \rho_c$ exactamente. Sin embargo, el modelo de big bang caliente no ofrece una explicación de por que $\Omega = \rho/\rho_c \approx 1$, y en consecuencia debemos simplemente tomar $\Omega = 1$ como una condición inicial dada.

2.2 El Problema del Horizonte

Como la luz viaja a lo largo de caminos con $ds = 0$, la distancia coordenada que esta puede viajar en el tiempo dt' es $cdt'/R(t)$ y por lo tanto la distancia física que recorre un fotón emitido al principio del universo, es decir $t = 0$, que ha viajado un tiempo t , sirve como medida del tamaño de escala del universo en el tiempo t indicada por $R(t)$, por lo tanto tenemos

$$d_H(t) = R(t) \int_0^t \frac{cdt'}{R(t')}, \quad (6)$$

esta distancia es la distancia del horizonte, es decir es la distancia que recorre la luz de los objetos más distantes que emitieron al comienzo del universo. Tenemos por tanto $R(t) \sim t^{2/3}$ para un universo bajo dominio de radiación y $R(t) \sim t^{-1/2}$ para un universo dominado por materia, entonces se obtiene en cada caso

$$\frac{d_H(t)}{R(t)} \sim t^{1/3}, \quad (7)$$

$$\frac{d_H(t)}{R(t)} \sim t^{3/2}. \quad (8)$$

En consecuencia, sorprendentemente, la "cantidad de universo" que podemos observar se incrementa con el tiempo. Esta cantidad debe ser muy grande aun cuando el universo se expandirá menos rápido que c , es decir, $R(t) \sim t^n$ con $n < 1$. Sólo si el universo se expande con velocidad c podrá la cantidad de universo observable permanecer constante. Es por consiguiente muy misterioso que aun a escalas muy grandes ahora visibles, $d_H(t) \approx cH_0^{-1} \approx 10^{26} m$, el universo parece muy homogéneo e isótropo. En particular, conocemos que la radiación cósmica de fondo fue emitida en $t_d \approx 0.5 \times 10^{13} s$ pero la fuente luminosa más distante que podemos observar ahora emitió en $t_0 \approx 3 \times 10^{17} s$ captada con antenas de microrondas que son apuntadas en direcciones opuestas, llevando a la siguiente relación

$$\left(\frac{t_0}{t_d}\right)^{1/3} \approx \left(\frac{3 \times 10^{17} s}{0.5 \times 10^{13} s}\right)^{1/3} \approx 40, \quad (9)$$

por consiguiente la longitud del horizonte es menor que la longitud recorrida por los fotones de la fuente más lejana. Cada uno de estos dominios causales ahora ocupa alrededor de unos 4 grados sobre el cielo, aun cuando todas la direcciones tienen la misma temperatura de una parte en 10^4 . Es complicado entender como regiones que no estuvieron en contacto causal pudieran adquirir la misma temperatura, aun más, este problema se hace más severo si retrocedemos a la época de la nucleosíntesis o de la era de Planck.

2.3 El problema de los Monopolos

Cuando una simetría gauge se rompe mediante un mecanismo de Higgs, en alguna escala M_x , como es el caso de las GUTs (Teorías de Gran Unificación), se espera que surjan monopolos. Esto es debido a que la dirección de los singletes-no-gauges del campo de Higgs ϕ en el espacio simétrico puede sólo ser correlacionado a distancias finitas $l \lesssim d_H$, y por tanto en general será diferente en los dominios causalmente desconectados. Entre estos dominios deben existir regiones donde el valor esperado del vacío $\langle \phi \rangle = 0$, en lugar de $\langle \phi \rangle = v$ lo cual minimiza la energía potencial. Estas regiones de alta energía potencial son los llamados monopolos de t'Hooft-Polyakov (los cuales en la teoría GUT tendrían color al igual que propiedades magnéticas) con masas m_M esperadas del orden de m_M/α , donde α es la intensidad del acople gauge. Debe presumiblemente existir un monopolo por volumen de horizonte en el momento en que ocurrió el rompimiento de simetría, que es cuando $kT = M_x c^2$, lo cual ocurrió en $t \approx \hbar M_P / M_x^2 c^2$. Por consiguiente la densidad de número de monopolos debiera ser de

$$n_M \approx \frac{1}{d_H^3} = \frac{1}{(ct)^3} \approx \frac{c^3 M_x^6}{\hbar^3 M_P^3}, \quad (10)$$

la cual al ser comparada con la densidad de fotones $n_\gamma \approx (M_x c/\hbar)^3$, lleva a que los cálculos muestren que el número de monopolos es improbable que halla decrecido subsecuentemente al proceso de aniquilación y por ello para GUT con $M_x c^2 \simeq 10^{14} GeV$ encontramos que

$$\frac{n_M}{n_\gamma} \approx \left(\frac{M_x}{M_P}\right)^3 \simeq 10^{-15} \simeq 10^{-6} \frac{n_B}{n_\gamma}, \quad (11)$$

junto con una densidad de masa para los monopolos de

$$\rho_M = m_M n_M \simeq \frac{M_X}{\alpha} 10^{-6} n_B \simeq 10^9 \rho_c, \quad (12)$$

si $\alpha = 10^{-2}$ y $\rho_B = m_B n_B \simeq 0.1 \rho_c$, lo cual para un observador externo y lejano se obtiene un cota de $\rho/\rho_c \lesssim 4$. Similarmente cuerdas o dominios de pared pueden sobrevivir como regiones de muy alta densidad de energía, pero sus contribuciones a ρ parecen ser inaceptablemente grandes.

2.4 El problema de la Unicidad

No es claro por qué vivimos en un mundo de tres dimensiones espaciales, o por qué las constantes fundamentales, tales como la masa de las partículas y acoples por ejemplo toman los valores que tienen. Podemos preguntarnos, son las propiedades del universo únicamente determinadas o son algún hecho puramente "accidental".

Aunque el universo físico observable tiene tres dimensiones espaciales y una dimensión temporal, nada prohíbe a una teoría describir un universo con más de cuatro dimensiones, especialmente si existe un mecanismo de "inobservabilidad aparente" de las dimensiones adicionales. Este es el caso de las teorías de cuerdas y la teoría de supercuerdas que postulan dimensiones adicionales compactificadas o extendidas y que sólo serían observables en fenómenos físicos que involucran altísimas energías. En el caso de la teoría de supercuerdas, la consistencia de la propia teoría requiere un espacio-tiempo de 10 ó 26 dimensiones. El conflicto entre la observación y la teoría se resuelve compactando las dimensiones que no se pueden observar en el rango de energías habituales. De hecho, la teoría de supercuerdas no es la primera teoría física que propone dimensiones espaciales extra; a principios del siglo XX se propuso una teoría geométrica del campo electromagnético y gravitatorio conocida como teoría de Kaluza-Klein que postulaba un espacio-tiempo de 5 dimensiones. Posteriormente la idea de Kaluza y Klein se usó para postular la

teoría de la supergravedad de 11 dimensiones que también utiliza la supersimetría. Recientemente tenemos los desarrollos teóricos de modelos braneworlds, en los cuales el universo en su totalidad queda contenido en una estructura llamada brane, la cual tiene propiedades clásicas y cuánticas[3] [4] [5].

3 Inflación

Una ingeniosa manera de solucionar algunos de los problemas mencionados anteriormente, se conoce como "inflación"[1]. Esta se basa en la observación de que si en el universo muy temprano, antes de la bariogénesis, hubo un periodo en el cual la constante cosmológica Λ no era cero y dominaba el universo naciente con un valor muy grande, por consiguiente y de forma clásica tenemos

$$\frac{\ddot{R}}{R} = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{\Lambda}{3} = H_\Lambda^2, \quad (13)$$

lo cual conduce a

$$R(t) = R_1 e^{H_\Lambda(t-t_1)}, \quad (14)$$

entonces, el universo se expandió de forma exponencial, similar al modelo cosmológico de Sitter.

Si el periodo de inflación fue de Δt , el tamaño del universo debe haberse incrementado en un factor

$$Z = e^{H_\Lambda \Delta t}, \quad (15)$$

por consiguiente el término de curvatura $\frac{k}{R^2}$ debe haberse reducido por un factor de Z^{-2} , lo cual conduce a la solución del problema de la planitud si $Z > 10^{30}$.

Esto también significa que aunque varias partes del universo observable hoy día estuvieran fuera de contacto causal con cada una de las otras en el momento del desacoplo de los fotones, ellas podrían haber estado en contacto causal y por tanto en equilibrio térmico, antes de que se iniciara la inflación, debido a que el universo era mucho menor, y por tanto si todo el universo hubiese estado en un dominio causal de tiempo cuando ocurrió el rompimiento de simetría. Por lo mismo allí no se requiere un número muy grande de monopolos ya que su densidad de número puede ser diluida por un factor de Z^{-3} .

Con lo anterior, ahora debemos tratar de explicar como surgió este término cosmológico. Guth's sugirió que este debe haber resultado de una transición de fase GUT en el universo muy temprano. Ahora bien, para explicar como tal transición pudo ocurrir, primero consideraremos la teoría de un campo escalar de Higgs ϕ a altas temperaturas, es decir

$$kT \gg m_\phi c^2. \quad (16)$$

La densidad de número de partículas de Higgs, n_ϕ es dado por

$$n_\phi = \int_0^\infty \frac{dn}{dp} dp = \frac{g}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{(e^{pc/kT} \pm 1)}, \quad (17)$$

con $g = 1$ y así de este modo con la normalización covariante usual del campo ϕ , se obtiene

$$n_\phi = \frac{E |\phi|^2}{(\hbar c)^2}, \quad (18)$$

y por consiguiente el valor esperado del campo de Higgs esperado es

$$\langle \phi_T \rangle^2 = \frac{c^2}{2\pi^2 \hbar} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{E(e^{E/kT} - 1)} \approx \frac{1}{12} \frac{(kT)^2}{\hbar c} = \frac{T^2}{12}, \quad (19)$$

con $kT \gg m_\phi c^2$, $E \approx pc$.

La manera usual de hacer teoría de campos, la cual involucra perturbaciones alrededor del vacío $\langle \phi \rangle = 0$, debe ser modificada para tomar en cuenta las altas densidades de partículas, y sus interacciones para mantener la distribución térmica, por consiguiente debe hacerse el siguiente reemplazo $\phi \rightarrow \phi + \langle \phi_T \rangle$. Por lo tanto se encuentra que el potencial usual de Higgs está dado por

$$V(\phi) = -\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4, \quad (20)$$

el cual tiene su máximo en $\phi = 0$ y su mínimo en $|\phi|^2 = \mu^2/\lambda = v^2$, por consiguiente se reemplaza a alta temperatura T por el potencial efectivo térmico promedio

$$V_T(\phi) \approx -\frac{1}{2}\mu^2\left(\phi^2 + \frac{T^2}{12}\right) + \frac{1}{4}\lambda\phi^4 + \frac{1}{8}\lambda\phi^2 T^2 - \frac{\pi^2}{90}T^4, \quad (21)$$

más términos de alto orden en λ . El término final corresponde a la presión de los bosones escalares, los cuales dominan a muy alta temperatura T , mientras que el término precedente es la "masa de plasma" del campo ϕ dependiente de la temperatura. De este modo, tenemos

$$\frac{\partial V_T(\phi)}{\partial \phi} \approx (-\mu^2\phi + \lambda\phi^3 + \frac{\lambda}{4}T^2\phi). \quad (22)$$

Se puede encontrar que $V_T(\phi)$ tiene puntos críticos en

$$\phi = 0 \quad \text{o} \quad |\phi|^2 = \frac{\mu^2 - \frac{\lambda}{4}T^2}{\lambda}, \quad (23)$$

pero la segunda solución aplica sólo para $T < T_c = 2\mu/\lambda^{1/2} = 2v$. Así para $T > T_c$ la masa depende de la temperatura efectiva de las excitaciones del campo escalar alrededor de $\phi = 0$ la cual es

$$m_\phi^2 = -\mu^2 + \frac{\lambda}{4}T^2, \quad (24)$$

mientras para $T < T_c$ la masa efectiva de las excitaciones alrededor del mínimo es

$$m_\phi^2 = 2\mu^2 - \frac{\lambda}{2}T^2. \quad (25)$$

En una teoría gauge, donde ϕ también se acopla a los bosones gauge, la forma de $V_T(\phi)$ se hace más complicada, y $\langle \phi \rangle$ se hace dependiente del gauge. Sin embargo, para valores pequeños del acople gauge α_{GUT} el potencial resultante se suaviza con $T_c = O(v)$ y una barrera en la que puede quedar atrapado ϕ cerca del mínimo del falso vacío en $\phi = 0$. Eventualmente, como resultado de las fluctuaciones cuánticas o térmicas, esté pasa a través de dicha barrera y $\langle \phi \rangle \rightarrow v$ para alguna componente de ϕ (tunelamiento). Hasta que esta transición de fase de primer orden ocurra allí se superenfriará con una densidad de energía proveniente del vacío efectivo

$$\rho_v = V(\phi = 0) - V(\phi = \phi_{\min}) \approx \frac{\mu^4}{4\lambda}, \quad (26)$$

y de esta forma surge un término cosmológico efectivo

$$\Lambda = 8\pi G_N \rho_v \approx 8\pi G_N \frac{\mu^4}{4\lambda}, \quad (27)$$

si la temperatura cae cerca de cero. Entoces, para el periodo Δt , entre el tiempo cuando T cae por debajo de T_c hasta cuando la transición de fase ocurre, la energía potencial del campo de "inflatón" ϕ puede causar inflación del universo como fue mostrado anteriormente.

Una situación física análoga a lo anterior es el enfriamiento de un material ferromagnético. A alta temperatura la orientación de los espines atómicos magnéticos están distribuidos aleatoriamente y fluctuando rápidamente. No existe correlación entre la dirección de los espines de ninguno de los átomo y por lo tanto el promedio de espín es despreciable $\langle S \rangle = 0$. Por lo cual el sistema no esta magnetizado pero presenta simetría, ya que todas las direcciones del espacio son equivalentes. Sin embargo, una vez el material se enfría por debajo de la temperatura de Curie es energeticamente más favorable para todos los espines alinearse, y de esta forma se da la transición de fase a un estado magnetizado, con $\langle S_i \rangle \neq 0$ para alguna dirección de i , resultando además una liberación de energía proveniente del calor

latente. En este sistema se da por lo tanto un rompimiento espontáneo de simetría. Sin embargo, la dirección de la magnetización resultante, i no puede ser predicha por la teoría en la ausencia de campos externos por lo cual esta dependerá de la correlación accidental entre la dirección de los espines durante el proceso de enfriamiento. Después la transición de todos los espines se correlacionará a una distancia finita, la cual es el tamaño del dominio de magnetización. El cambio de fase puede entonces ser caracterizado por el hecho de que la longitud de correlación de los espines cambia de cero al tamaño del dominio, tal cual como ocurre para el campo del inflatón $\langle |\phi| \rangle$ el cual va de 0 a v . Igualmente, si ϕ no es un singlete-gauge (singlete significa que algo no está afectado por una transformación de cierta simetría, por ejemplo, el neutrino es un singlete de carga eléctrica U (1), el electrón es un singlete de color SU (3), el bosón de Higgs es un singlete de Lorentz SO (3,1)), la dirección en el espacio simétrico en el cual ϕ cae cuesta abajo (disminución de su energía potencia) adquirirá un valor esperado de vacío distinto de cero el cual no puede ser predicho.

Si el cambio de fase ocurre a la energía GUT, $\mu \approx M_x \simeq 10^{14} \text{ GeV}$, entonces decimos que bajo $\lambda = O(1)$, encontramos

$$\Lambda \approx \frac{M_x^4}{M_P^2} \approx 10^{18} \text{ GeV}, \quad (28)$$

y de esta forma una expansión suficientemente grande puede ocurrir si la inflación dura por lo menos 10^{-31} s . Una vez la transición de fase ocurre, entonces $\Lambda \rightarrow 0$ y el calor latente se libera incrementando la temperatura del universo hasta $T \approx T_c/g^{1/4}$, donde g es el número total de grados de libertad de espín a esta temperatura, y la evolución del universo puede proceder como en el modelo del big bang caliente, con materia que se condensa cuando la temperatura cae a través de su acople a los campos de Higgs.

La fuente básica de radiación y materia en el universo es entonces la expansión del falso vacío. Durante el periodo inflacionario,

$$T_{\mu\nu} \approx g_{\mu\nu} \frac{\Lambda c^2}{8\pi G_N} = g_{\mu\nu} \rho_\nu c^2, \quad (29)$$

que junto con resultados anteriores se deduce que ρ_ν permanece fijo, el universo se expande debido a que la presión hacia fuera $p = -\rho_\nu c^2$ de este falso vacío. Entonces la energía gravitacional se convierte en energía del falso vacío, la cual a su vez es convertida en materia y radiación después de la transición de fase. Como la curvatura $k \rightarrow 0$ como resultado de la infla-

ción, y como por hipótesis $\Lambda = 0$ después del cambio de fase, lo cual predice que ahora $\Omega = 1$, exactamente.

Una consecuencia mayor de estas teorías inflacionarias es que, como k y Λ son cero, la energía neta del universo es cero: es decir, la energía cinética es positiva en

$$\frac{1}{2} m R^2 - \frac{(4\pi R^3 \rho/3) m G_N}{R} = -\frac{1}{2} m c^2 k = cte, \quad (30)$$

la cual está precisamente balanceada por la energía potencial gravitacional negativa. Como la cantidad neta de otras cantidades conservadas tales como la carga y el momento angular se encuentra también que son cero, esto da origen a la fascinante posibilidad de que el universo fuera creado "ex-nihilo" talvez por alguna forma de fluctuación cuántica (ex-nihilo es una locución latina traducible por "de la nada" o "desde la nada", en filosofía y teología, suele emplearse en la expresión creatio ex nihilo, haciendo referencia a aquello que se crea a partir de la nada, por ello dentro del ámbito científico, el concepto fue utilizado por la teoría de la generación espontánea para explicar la aparición de larvas de insectos y de gusanos en la materia en descomposición)[8]. Las propiedades que ahora producen sus distintivos rasgos, particularmente los números leptónicos y bariónicos diferentes de cero, han surgido debido a que B y L no se conservan precisamente (aunque B-L puede conservarse, para asegurar que la materia atómica neutra pueda resultar), y debido a que la invarianza CP es suavemente violada. Si muchas de las propiedades de el universo son probablemente "accidentales" consecuencia de su evolución temprana, las cuales unicamente requieren principios físicos fundamentales.

4 Algunos Modelos de Inflación

Una dificultad que surge con el escenario inflacionario es que debido a que la dirección del rompimiento de simetría es aleatorio, y además si el intervalo de tiempo de tunelamiento es mayor comparado con el tiempo de expansión apareceran burbujas donde $\langle |\phi| \rangle = v$, pero ϕ con diferentes simetrías internas en cada una de las burbujas, es decir tendremos regiones donde $\langle \phi \rangle \approx 0$ que estan aun expandiéndose exponencialmente. Si finalmente estas burbujas se fueran a condensar, resultaría un universo muy inhomógeneo. Si el tiempo de tunelamiento es corto, el universo consistiría en dominios formados aleatoriamente cada uno con ϕ apuntando en una dirección diferente, similar como un ferromagneto.

Esto origina una dificultad mayor para la "antigua inflación" o para la llamada inflación caótica. Parece necesario que todo el universo actual, aparentemente homogéneo este contenido dentro de una burbuja o dominio. Este hecho es considerado en los modelos de "nueva inflación", en el cual el potencial es ordenado, así que el tiempo tomado por ϕ para alcanzar cierto estado como resultado de una fluctuación cuántica o térmica, donde se ha fijado la dirección del rompimiento de simetría, requiere que sea muy corto comparado con el tiempo que toma en alcanzar otro estado donde $V(\phi)$ disminuye rápidamente para que la transición de fase se produzca.

La transición de un estado A a uno B de un campo de inflatón espacialmente homogéneo $\phi(t)$ puede compararse con un balón rodando cuesta abajo, la cual se puede describir, por la ecuación semiclásica de movimiento

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \Gamma\phi = -\frac{\partial V}{\partial\phi}, \quad (31)$$

donde el primer término y el último corresponden a la mecánica Newtoniana, el segundo término corresponde al amortiguamiento debido a la expansión del universo el cual se reduce a la energía cinética del campo ϕ , mientras que el tercer término representa el acople a la materia ordinaria, Γ^{-1} es la rata de decaimiento de ϕ en otras partículas. Tenemos además

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G_N \rho}{3} - \frac{kc^2}{R^2}, \quad (32)$$

que junto con $E_P = (\frac{\hbar c^2}{G_N})^{1/2}$, $M_P = (\frac{\hbar c}{G_N})^{1/2}$, nos conduce a

$$H^2 \approx \frac{8\pi G_N \rho}{3} = \frac{8\pi\rho}{3M_P^2}, \quad (33)$$

donde la densidad de energía del campo ϕ es

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (34)$$

ahora bien, la homogeneidad espacial implica que $\nabla\phi \approx 0$, y si entre A y B dos estados de ϕ , el potencial es suficientemente plano para que ϕ pueda ser despreciada y con $\Gamma \ll H$, entonces

$$\dot{\phi} \approx -\frac{\partial V}{\partial\phi} \frac{1}{3H}, \quad (35)$$

que en el caso de la condición $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$ conduce a

$$\left|\frac{\partial^2 V}{\partial\phi^2}\right| \ll 9H^2, \quad (36)$$

en tanto que sí el potencial domina sobre el término $\ddot{\phi}$ proporciona

$$V \gg \frac{\partial V}{\partial\phi} \frac{M_P}{(48\pi)^{1/2}}, \quad (37)$$

Supuesto esto, el número N de "e-folds", e-foldings es el intervalo de tiempo en el que un crecimiento exponencial de una cantidad aumenta en un factor de e , este término se utiliza a menudo en la física teórica, sobre todo cuando se estudia la inflación cósmica, los físicos hablan a menudo de la escala de tiempo e-foldings que se determina en el momento en el que la longitud de un trozo de espacio o espacio-tiempo aumenta por el factor e mencionado anteriormente, por ende los e-folds de inflación que ocurran durante el tiempo que le toma a ϕ en ir del estado A al B son

$$N = \int_{\phi_A}^{\phi_B} H dt \approx \int_{\phi_A}^{\phi_B} \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi \approx 3 \int_{\phi_A}^{\phi_B} \frac{H^2}{(-\partial V/\partial\phi)} d\phi, \quad (38)$$

la cual con $Z = e^N$ conduce a

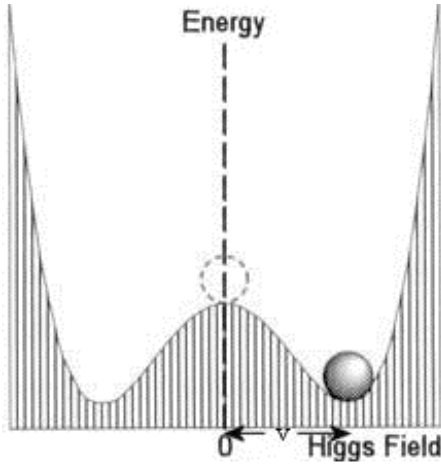
$$N \simeq \frac{8\pi}{M_P^2} \int_{\phi_A}^{\phi_B} \frac{V(\phi)}{(-\partial V/\partial\phi)} d\phi, \quad (39)$$

pero como se requiere suficiente inflación $Z > 10^{30}$, se deduce que $N > 69$ "e-folds", en términos más elementales es como el número de veces que el campo tiene que desdoblarse. De este modo, para suministrar una solución satisfactoria, el potencial de inflación debe satisfacer las muy restrictivas condiciones $\left|\frac{\partial^2 V}{\partial\phi^2}\right| \ll 9H^2$, $V \gg \frac{\partial V}{\partial\phi} \frac{M_P}{(48\pi)^{1/2}}$, y que $N > 69$.

Una vez ϕ caiga en el pozo de potencial más allá del estado B, donde contrario a $|\partial^2 V/\partial\phi^2| \ll 9H^2$, el campo oscilará rápidamente con una escala de tiempo menor $\ll H^{-1}$ y de este modo decaerá mediante radiación de partículas en un tiempo $\approx \Gamma^{-1}$. Esto conlleva a un recalentamiento del universo hasta alcanzar una temperatura $T_{RH} \approx T_c/g_*^{1/4}$ con la condición de que el universo no se expanda demasiado durante el tiempo que le toma al campo ϕ en decaer. Para explicar la bariogénesis, es esencial que el recalentamiento sea suficiente para que satisfaga $kT_{RH} \gtrsim M_x c^2$, como cualquier número bariónico que fuera generado antes de la inflación será diluido por la expansión. Alternativamente, es posible que la asimetría bariónica deba conservarse desde el momento del decaimiento del campo ϕ , ya que no hay equilibrio térmico. Por ejemplo, podrían surgir quarks y leptones a través de $\phi \rightarrow H_\alpha \bar{H}_\alpha \rightarrow quarks - leptons$, donde H_α son

tripletes de color de Higgs, dando $n_B \simeq \varepsilon n_\phi$. Si la inflación suficiente, el universo observable corriente puede fácilmente estar contenido dentro de un dominio simple y de esta forma ser homogéneo. Por ejemplo, con inflación de magnitud $Z = 10^{30}$, una región inicial de tamaño $10^{-31}m$ llegará a ser de $10^{-1}m$, y si el recalentamiento fuera de $10^{14}GeV$, habrá de expandirse hasta $10^{26}m$ para poder incluir cada cosa o cuerpo que podamos observar en el presente.

Será evidente que el potencial de Higgs estándar no puede satisfacer las condiciones nombradas anteriormente, ya que este no es lo suficientemente plano en una gran región cerca del origen, algo similar a lo observado en la siguiente gráfica.



Por lo tanto, algo más prometedor es un modelo basado en $SU(5)$ GUT, en el cual el inflatón, es decir, el campo escalar cuya energía de vacío es responsable de la inflación, se considera como un multiplete de 24 Higgs que llevan al rompimiento de $SU(5) \rightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. El parámetro de masa de Higgs μ es un conjunto igual a cero, sin embargo los diagramas a un loop incorporan esto, para obtener el llamado potencial de Coleman-Weinberg, el cual se puede expresar como

$$V(\phi) = A\{\phi^4 \left[\log\left(\frac{\phi^2}{\sigma^2}\right) - \frac{1}{2} \right] + \frac{1}{2}\sigma^4\}, \quad (40)$$

donde $A = (5625/64)\alpha_{GUT}^2$ está dado en términos del acople gauge α_{GUT} y $\sigma \approx 10^{14}GeV$ es la escala de energía de la simetría GUT. Este potencial se hace cero en su mínimo $|\phi| = \sigma$ pero es plano cerca del origen $|\phi| \ll \sigma$, cuando el término σ^4 domina, y bajo estas consideraciones obtenemos

$$H^2 \approx \frac{4\pi A\sigma^4}{3M_P^2}, \quad (41)$$

en la cual con el límite del logaritmo en $\alpha_{GUT}\phi^2 = H^2$, se puede hacer la siguiente aproximación

$$V(\phi) \approx \frac{1}{2}A\sigma^4 - \frac{\lambda}{4}\phi^4, \quad (42)$$

en la región plana, donde

$$\lambda = -4A \log\left(\frac{H^2}{\alpha_{GUT}\sigma^2}\right) \approx 10^{-1}. \quad (43)$$

Un "slow roll-over" puede ocurrir, en lugar de tunelar el estado de falso vacío, la inflación se produce por un campo escalar "rodando" por la colina de el potencial de energía. Cuando el campo rueda muy lentamente en comparación con la expansión del universo, la inflación se produce. Sin embargo, cuando la montaña de potencial se hace más pronunciada, termina la inflación conduciendo al recalentamiento del universo. Tal slow roll-over ocurre hasta que $\left|\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}\right| \ll 9H^2$ la cual llega a ser una igualdad, hasta cuando $\phi_B^2 \approx 3H^2\lambda^{-1}$, y ahora de $N \simeq \frac{8\pi}{M_P^2} \int_{\phi_A}^{\phi_B} \frac{V(\phi)}{(-\partial V/\partial \phi)} d\phi$ la cantidad de inflación estará dada por

$$N \approx 3 \int_{\phi_A}^{\phi_B} \frac{H^2}{(-\partial V/\partial \phi)} d\phi \approx \frac{3H^2}{2\lambda} \left(\frac{1}{\phi_A^2} - \frac{1}{\phi_B^2} \right), \quad (44)$$

y también se alcanzará el requerimiento de $N > 69$ si el valor inicial del campo es $\phi_A \ll H$. Infortunadamente, se espera que las fluctuaciones cuánticas en $|\phi|$ sean del orden de H , como para que sea improbable que $\phi_A \ll H$ se de. Aun si este fuera el caso, es complicado justificar el uso de la ecuación de evolución semiclásica $\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \Gamma\phi = -\frac{\partial V}{\partial \phi}$, la cual es al menos válida sólo cuando $|\phi| \gg H$. Todavía es más serio el hecho de que tales fluctuaciones produzcan inaceptablemente grandes inhomogeneidades en la densidad. De otra parte, la forma del potencial en el espacio $SU(5)$ es tal que ϕ debe primero "rodar" en la dirección en la que se rompe $SU(5) \rightarrow SU(4) \times U(1)$ y sólo subsecuentemente hasta $SU(3) \times SU(2) \times SU(1)$.

Evidentemente se necesitan valores mucho menores de λ , pero según lo anterior su valor está determinado por los parámetros GUT α_{GUT} , σ . Sin embargo, estos pueden hacerse pequeños si la integral de un loop se cancela, como se hace naturalmente en una teoría SUSY, donde encontraremos lo siguiente

$$\lambda_{SUSY} \approx \left(\frac{M_S}{\sigma}\right)^2 \lambda, \quad (45)$$

donde M_S es la escala de rompimiento de SUSY (En física de partículas, la supersimetría, a menudo abreviado SUSY es una simetría que relaciona las partículas elementales de espín uno a otras partículas que

se diferencian en media unidad de espín y se conocen como superparejas. En una teoría de la supersimetría, para cada tipo de bosón existe un tipo correspondiente de fermiones con la misma masa e internos números cuánticos, y viceversa).

Pero en modelos de este tipo es muy difícil adecuar el recalentamiento para que posteriormente ocurra la transición de fase debido a que ϕ se acopla a la materia ordinaria sólo a través de interacciones gravitacionales intensas y de esta forma $\Gamma \approx m_\phi^3/M_P^2 \approx \sigma^6/M_P^5$, el cual es demasiado pequeño. Es entonces evidente que el rompimiento de simetría se prefiere que se acerque a la escala de Planck (llamada frecuentemente "inflación primordial"), lo cual de hecho sugiere que debemos considerar un modelo basado en SUGRA (SUGRA, o Super GRAvedad, fue propuesta inicialmente como una teoría de cuatro dimensiones en 1976 por Daniel Z. Freedman, Peter van Nieuwenhuizen y Sergio Ferrara en la Universidad de Stony Brook, pero fue rápidamente generalizada a muchas y diferentes teorías multidimensionales y con mayor número (N) de cargas supersimétricas. Las teorías de supergravedad con $N > 1$ se las nombra habitualmente como supergravedad extendida (SUEGRA en inglés). Se ha demostrado que algunas teorías de supergravedad son equivalentes a otras teorías de supergravedad de más dimensiones mediante reducción dimensional (por ejemplo, la supergravedad de dimensiones $N = 11$ se reduce en S7 a $N = 8$ d = 4 SUGRA). A las teorías resultantes se las llama normalmente como las teorías de Kaluza-Klein, debido a que Kaluza y Klein construyeron, hace casi un siglo, una teoría de gravedad de 5 dimensiones, que al ser reducida en un círculo, sus modos no masivos de 4 dimensiones describen el electromagnetismo acoplado a la gravedad). Por ejemplo, en el modelo SUGRA $N=1$, donde el superpotencial de el singlete-gauge para el supercampo quiral ϕ (El superspace es el espacio homogéneo del supergrupo SUSY con el grupo de Lorentz como estabilizador. Los superspacios quirales son el espacio homogéneo con el supergrupo generado por las transformaciones de Lorentz y el estabilizador) es

$$W(\phi) = \sigma^2 M \left(1 - \frac{\phi}{M}\right)^2, \quad (46)$$

donde $\sqrt{8\pi}M = M_P$, el potencial efectivo de tres niveles toma la forma

$$V(\phi) = \sigma^4 \left\{1 - \left(\frac{\phi}{M}\right)^2 - 4\left(\frac{\phi}{M}\right)^3 + 7\left(\frac{\phi}{M}\right)^4 + \dots\right\} e^{\phi^2/M^2}, \quad (47)$$

el cual se puede expresar como

$$V(\phi) = \sigma^4 \left\{1 - 4\left(\frac{\phi}{M}\right)^3 + \frac{13}{2}\left(\frac{\phi}{M}\right)^4 + \dots\right\}, \quad (48)$$

Este potencial no ha sido arreglado para que tenga términos lineales en ϕ para que pueda reproducir las condiciones que requiere la inflación para $\sigma \approx 10^{-4}M \simeq 10^{14} GeV$. Sin embargo en tales modelos no es necesario que el valor esperado de $\langle \phi_T \rangle = 0$ a alta temperatura, por consiguiente es probable que $\langle \phi_T \rangle$ "ruede" directamente hacia el mínimo sin ningún superenfriamiento. De otra parte, el campo ϕ no puede estar en equilibrio térmico con la materia mientras éste decae, ya que su acople a las partículas materiales es muy débil. Pero este problema puede ser salvado involucrando un supercampo de inflatón quiral adicional, pero todavía nos quedamos con un bajo recalentamiento en la temperatura, demasiado bajo para la bariogénesis, la cual puede ser el culpable del decaimiento del campo en si mismo.

Otra posibilidad es que el inflatón pueda ser identificado con el campo de dilatón ϕ , el cual es uno de los modos sin masa de las supercuerdas. Como el Lagrangiano es invariante bajo reescalamientos del campo ϕ , el dilatón automáticamente tiene un potencial plano. Es entonces necesario entender que el rompimiento de supersimetría encontrará la dirección del campo ϕ en la cual evolucionará y cuándo puede conducir a una inflación aceptable (de tres dimensiones). Esto puede suministrar una importante prueba de las teorías de supercuerdas.

Como no existe una buena razón de por qué los campos de inflatón se acoplan debilmente deben estar en equilibrio térmico en el universo temprano, se ha sugerido que aun con un potencial simple tal como $V(\phi) = \frac{1}{4}\lambda\phi^4$ el valor de ϕ a alta temperatura puede ser aleatorio-caótico, y si hubiera una región bastante grande en la cual ϕ sea suficientemente suave, esta región se inflaría durante el tiempo que le tome a ϕ descender al valor mínimo de $V(\phi)$ en $\phi = 0$ en una cantidad

$$N = \int_\phi^0 H dt \approx \frac{\pi\phi^2}{M_P^2}. \quad (49)$$

Sin embargo, se encuentra que para obtener bastante inflación se requiere $\phi > M_P$ y entonces el uso de la relatividad general clásica no puede ser justificada.

Un novedoso y reciente modelo de inflación se ha propuesto, llamado inflación por campos vectoriales o de alto espín. Como se sabe todos los escenarios inflacionarios exitosos se basan en el uso de los cam-

pos escalares clásicos, dos razones principales para ello son la homogeneidad y la isotropía natural de dichos campos, además de su capacidad de imitar una constante cosmológica en lento decaimiento. Esto sucede como se anotó anteriormente en los modelos de inflación caótica[1] y en el caso de algunos modelos llamados de k-inflación [2], una alternativa es considerar campos de espín superior bosónico o de alto espín, los cuales también pueden formar condensados que se suelen pasar por alto, ya que genéricamente estos inducen una anisotropía, y también debido a la dificultad aparente en la realización del régimen de lento rodar o slow-roll. Por ejemplo, un modelo de inflación basado en un potencial vectorial $V(A_\alpha A_\alpha)$ se propuso en[11], donde el potencial no cambia demasiado, mientras que otras cantidades corren de forma muy fuerte sobre un rango exponencial en la inflación. En particular, la isotropía del vector de campo se puede alcanzar para el caso de un trío de vectores ortogonales entre sí, teniendo en cuenta un gran número de campos orientados al azar. Otra posibilidad es considerar puramente el tiempo, como los campos vectoriales. El problema de giro lento del campo vectorial masivo también pueden ser resuelto con éxito por la introducción de un acoplamiento mínimo de este campo a la gravedad. Como resultado, se obtienen los escenarios inflacionarios que son muy similares a la simple inflación caótica con un campo escalar masivo [1] y N-inflación. La inflación de campo escalar predice un universo casi completamente isotrópico. La anisotropía puede ser obtenida a expensas de las condiciones iniciales y el acomodamiento de la duración de la etapa inflacionaria. En este modelo de inflación por campos vectoriales, podría dar, ya sea un universo totalmente isotrópico (con tripletes ortogonales de los campos vectoriales) o un universo con algo de anisotropía (con N campos vectoriales orientados al azar). El modelo contiene sólo una mínima complejidad y no requiere ningún tipo de ajuste de las condiciones potenciales o iniciales. Para llevar a cabo la expansión inflacionaria de los campos vectoriales, dos ingredientes esenciales se han añadido a la teoría estándar de los campos vectoriales masivos. En primer lugar, para obtener el régimen de lento rodar de los campos vectoriales hemos acoplado la gravedad a ellos de forma mínima. En segundo lugar, para evitar una gran anisotropía se considera un gran número de campos mutuamente desacoplados orientados al azar. El mismo modelo puede, en principio, explicar la aceleración del universo observada en los últimos años. De hecho, este modelo combina naturalmente la inflación y la energía oscura en el mismo marco. Sin embargo, las predicciones del modelo unificado dependerán fundamental-

mente de la distribución de masas de los campos vectoriales. Según lo anterior, es ahora evidente que existen varios candidatos posibles para que "encarnen" el campo de inflatón, originalmente en las diversas teorías competentes más allá del modelo estándar, tales como GUTs, SUSY, SUGRA, supercuerdas, entre otras, pero hasta el momento ninguna de estas sugerencias tiene credibilidad completa. Quizá se este forzando el concepto de inflación ya que puede surgir de muchas maneras diferentes, y por esta razón no ayuda a discriminar entre las diferentes teorías existentes.

5 Formación de Estructura

Hasta ahora ha sido considerado el campo de inflatón como espacialmente homogéneo, al menos dentro de un dominio causal, en consecuencia, para producir un universo homogéneo de acuerdo con el principio cosmológico, se requiere modificar el esquema ilustrado anteriormente. Sin embargo, es evidente que si se permite explicar la formación de estructuras como planetas, estrellas, galaxia, clusters de galaxias, supersclusters, redes cósmicas, entre otros elementos, se requiere introducir algún grado de inhomogeneidad espacial en el campo de inflatón.

No obstante, este es un hecho natural de la inflación debido a que durante el periodo de "slow roll-over" existen fluctuaciones cuánticas de la magnitud de ϕ

$$\langle \delta\phi \rangle \approx \frac{H_\Lambda}{2\pi} = T_H, \quad (50)$$

es decir que tenemos fluctuaciones que corresponden a la "temperatura de Hawking" de el espacio de Sitter. Estas fluctuaciones se consideran fuera del horizonte debido a la rápida inflación, además no son "suavizadas" por interacciones subsecuentes, es decir que otras interacciones no alteraran las fluctuaciones originadas inicialmente, salvo que ellas ingresen otra vez al horizonte. En consecuencia, ello conduce a través de $\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)$ a unas inhomogeneidades de magnitud

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \approx \frac{\delta V}{V} \approx \frac{\partial V}{\partial \phi} \frac{\delta\phi}{V} \approx \frac{3\dot{\phi}H^2}{2\pi V}, \quad (51)$$

donde $\dot{\phi} \approx -\frac{\partial V}{\partial \phi} \frac{1}{3H}$, $\langle \delta\phi \rangle \approx \frac{H_\Lambda}{2\pi} = T_H$, hasta que las perturbaciones crucen más allá del horizonte. Después de esto ellas efectivamente se liberan mientras el universo se infla con $\rho \approx \frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ y así cuando eventualmente ellas reingresan al horizonte se tiene

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \approx \frac{\dot{\phi}H^2}{\phi^2} = -\frac{3H^3}{\frac{\partial V}{\partial\phi}}, \quad (52)$$

las cuales serán las mismas sobre todas las escalas de tamaño porque durante la inflación H , $\dot{\phi}$, y $\frac{\partial V}{\partial\phi}$ son esencialmente independientes del tiempo t .

La inflación entonces predice aproximadamente un espectro de perturbaciones de densidad que es invariante de escala. Sin embargo, debe ser consistente con la isotropía observada de la radiación de fondo de microondas CMB, $\Delta T/T \lesssim 3 \times 10^{-5}$ sobre todas las escalas angulares, requiriendo $\Delta\rho/\rho \lesssim 10^{-4}$ en la época del desacople, ya que estas son perturbaciones adiabáticas. Por lo tanto debemos tener $H^2/\dot{\phi} \lesssim 10^{-4}$. Con un potencial de la forma $V(\phi) \approx \frac{1}{2}A\sigma^4 - \frac{\lambda}{4}\phi^4$, se encuentra que

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \approx \frac{3H^3}{\lambda\phi^3} \approx \frac{3}{\lambda} \left(\frac{2\lambda N}{3}\right)^{3/2}. \quad (53)$$

Así, ya que el número de "e-folds" de inflación es $N \gtrsim 69$, debemos tener $\lambda \lesssim 10^{-14}$. Esto demuestra aun más vividamente que el potencial de inflación debe tener una región plana. No existe manera natural de producir tal parámetro pequeño para que se de este potencial en GUTs. Cualquier valor normal de λ acotado parece apropiado para producir $\delta\rho/\rho \sim 10^2 - 10^3$ y de este modo un universo altamente inhomogéneo. Pero el potencial inspirado en SUGRA con $\sigma \simeq 10^{-4}M \simeq 10^{14}GeV$ puede producir inhomogeneidades de la magnitud requerida.

Existen aun varios problemas por resolver, sin embargo la inevitable ocurrencia de estas fluctuaciones cuánticas nos recuerda que el uso de la ecuación semiclásica de movimiento para la evolución de ϕ no está necesariamente justificada. De otra parte, el acople débil requiere producir fluctuaciones pequeñas que pueden muy bien inhibir el establecimiento del equilibrio térmico en el universo muy temprano.

Una vez una perturbación de una escala dada ha cruzado el horizonte, esta comenzará a crecer bajo su atracción gravitacional mutua. En la era de dominio de radiación, $\rho \sim R^{-4}$, pero $\delta\rho$ se comporta como una fluctuación local de la curvatura en la ecuación de Friedmann, y así $\delta\rho \sim R^{-2}$. De este modo $\delta\rho/\rho$ crecerá como R^2 . Sin embargo debe notarse que los efectos de flujo de partículas evitaban la formación de pequeñas estructuras. Entonces, en la era de dominio de radiación la masa de Jeans es menor que la masa que colapsará gravitacionalmente, la cual es aproximadamente igual a

$$M_J \approx \frac{4\pi\rho_m d^3}{3}, \quad (54)$$

donde ρ_m es la densidad de materia y $d = ct$ es la máxima distancia que la radiación dispersada puede haber viajado durante la edad del universo, $t \approx (32\pi G_N \rho/3)^{-1/2}$, donde ρ es la densidad de energía total. Ya que

$$d \approx \left(\frac{3c^2}{32\pi G_N \rho}\right)^{1/2}, \quad (55)$$

y de este modo obtenemos

$$M_J \approx \frac{4\pi\rho_m}{3} \left(\frac{3c^2}{32\pi G_N \rho}\right)^{3/2}. \quad (56)$$

En la era de radiación, cuando $\rho_m \sim t^{-3/2}$ y $\rho \approx \rho_r \sim t^{-2}$, la masa M_J crecerá como $\sim t^{3/2}$ y finalizará en $t \approx t_d$, cuando la materia se desacopla de la radiación y $\rho \approx \rho_m$ por lo tanto encontramos que

$$M_J \approx \frac{\pi c^3}{48\rho^{1/2}} \left(\frac{3}{2\pi G_N}\right)^{3/2} \simeq \frac{c^3 t_d}{8G_N} \simeq 10^{19} M_\odot, \quad (57)$$

y $\rho = (3/32\pi G_N)t^{-2}$, y el tiempo de desacople $t_d \approx 10^{13}s$, entonces existe un periodo antes del desacople cuando las inhomogeneidades de tamaño galáctico $\sim 10^{11}M_\odot$ no pueden crecer. Sin embargo después del desacople, cuando la materia predomina, la velocidad de transmisión de los bariones es $v \approx (kT/m_p)^{1/2}$, así que para materia bariónica

$$d \approx \left(\frac{3kT}{32\pi G_N \rho_m m_p}\right)^{1/2}, \quad (58)$$

y además la masa de Jeans se expresa de la siguiente forma

$$M_J \approx \frac{4\pi}{3\rho_m^{1/2}} \left(\frac{3kT}{32\pi G_N m_p}\right)^{3/2}, \quad (59)$$

la cual es solo del tamaño de un cluster globular $\sim 10^5 M_\odot$, incluso al comienzo de la era de recombinación cuando $T \simeq 3 \times 10^{13}K$. Ya que $\rho_m \sim t^{-2}$ y $T \sim t^{-4/3}$ por lo cual tenemos $M_J \sim t^{-1}$, y así como pasa siempre con las estructuras menores pueden comenzar a formarse y por supuesto el equilibrio térmico se empieza a romper también.

Parece entonces que las inhomogeneidades primordiales de casi cualquier tamaño pueden ser capaces de colapsar después de la recombinación. Sin embargo, la radiación se ha suavizado fuera de las inhomogeneidades a pequeña escala casi completamente durante la época de dominio de radiación, principalmente a través de

la dispersión γe , ya que la dispersión γp transfiere un pequeño momentum. El camino libre medio de un fotón a través de una nube de electrones de densidad de número n_e es $L = (n_e \sigma_T)^{-1}$, donde

$$\sigma_T = \frac{8\pi\alpha^2 \hbar^2}{3m_e^2 c^2} = 0.67 \times 10^{-28} m^2, \quad (60)$$

que es la sección eficaz de dispersión γe de Tomson. Así, de este modo sobre un promedio temporal que se someterá a $N = ctL^{-1}$ número de colisiones, y por tanto en un "camino aleatorio" se habrá difundido una distancia $d = L\sqrt{N} = (ct)^{1/2}$. Parece razonable suponer que solamente las fluctuaciones de densidad mayores que $d/10$ probablemente sobrevivan a este efecto de suavizado, y donde la masa total contenida en tales regiones sea

$$M = \frac{4\pi}{3} \rho_m \left(\frac{d}{10}\right)^3, \quad (61)$$

como la densidad de número electrónica es $n_e = n_p \approx \rho_m(t)m_p^{-1}$ para materia bariónica, encontramos que

$$M(t) \approx \frac{4\pi}{3\rho_m(t)^{1/2}} \left(\frac{ctm_p}{\sigma_T}\right)^{3/2} \times 10^{-3}, \quad (62)$$

la cual crece con el tiempo $\sim t^{-9/4}$ hasta el desacople en $t = t_d$, mientras la materia se hace transparente a la radiación. Por lo tanto, la "masa de Silk", la cual se relaciona con el amortiguamiento de la intensidad de difusión de los fotones y que se rige principalmente por la distancia de viaje de los fotones antes de ser dispersados, longitud de difusión, lo que afecta a la longitud de difusión son principalmente las propiedades del plasma que se considere. La escala en la que se amortigua la difusión se llama la escala de Silk y su valor se corresponde con el tamaño de las galaxias de hoy en día. La masa contenida dentro de la escala de Silk se llama la masa de Silk y que corresponde a la masa de las galaxias, es decir la masa mínima de una fluctuación de materia bariónica que probablemente sobrevivirá cuando $t = t_d$, esto es $M(t_d) \simeq 10^{12} M_\odot$, la cual es aproximadamente la masa de una galaxia grande. Aunque la aproximación que se ha hecho es excesivamente cruda, será evidente que el tamaño de la escala de las galaxias tal vez la estructura primaria más pequeña en el universo, depende directamente de la magnitud de las constantes fundamentales (G_N, α, m_p, m_e) que determinan $\rho, t_d, y \sigma_T$.

Si tales fluctuaciones estaban presentes en el momento del desacople, ellas iniciarían el crecimiento a través de su atracción gravitacional mutua. En la época de dominio de materia, $\rho \sim R^{-3}$, pero $\delta\rho$ aun se comportará como una fluctuación local de la curvatura en

la ecuación de Friedman $\left(\frac{\dot{R}}{R}\right) = \frac{8\pi G_N \rho}{3} - \frac{k}{R^2}$, y por lo tanto $\delta\rho \sim R^{-2}$. Así $\delta\rho/\rho$ crecerá como R hasta llegar a ser del orden de la unidad, después de lo cual se iniciará el crecimiento más rápido de las no linealidades, y una vez que $\rho > \rho_c$ las inhomogeneidades locales colapsaran, conduciendo, presumiblemente, a los clusters de galaxias, galaxias y estrellas que observamos hoy día. Aun no entendemos en detalle como es que pasa esto, y en cualquier caso el tema está más allá de este corto escrito, pero es alentador que la simulación en computadoras del movimiento de cuerpos gravitantes en un universo en expansión pueda producir algunas cosas como la distribución de galaxias observadas con relativa facilidad, partiendo de una fluctuación adiabática aleatoria (Gausiana) de tipo Harrison-Zeldovich en el desacople.

Una de las mayores incertidumbres de tales simulaciones, es la naturaleza de la materia oscura no observada[9] [10]. Si esta consiste de partículas frías masivas CDM, entonces el aglutinamiento puede ocurrir a escalas muy pequeñas en tiempos primitivos y hasta que las galaxias puedan haberse formado antes de los clusters. De otro lado, si el universo esta dominado por la materia oscura caliente HDM, tales como neutrinos, las primeras estructuras se formaran a escalas de galaxias y clusters, y solamente se romperán en galaxias individuales posteriormente. En este caso, como las galaxias que son observadas son bastante viejas, ellas debieron estar fuertemente agrupadas y la evolución de sus propiedades de agrupamiento serán evidentes cuando miramos hacia atrás en el tiempo. Se espera que la observación sea capaz de resolver estas cuestiones en poco tiempo.

6 Cosmología en Altas Dimensiones

Historicamente se sabe que los modelos teóricos de Kaluza-Klein y de supercuerdas sugieren que el espacio-tiempo pueda resultar teniendo más de las 1 + 3 dimensiones observadas, las dimensiones espaciales internas adicionales son compactificadas en una escala de tamaño del orden de la longitud de Planck l_P , esta es en verdad la escala de longitud natural en la ecuación de Friedmann[3] [4] [5]

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right) = \frac{8\pi G_N \rho}{3} - \frac{k}{R^2} + \frac{\Lambda}{3} = \frac{8\pi\rho}{3M_P^2} - \frac{k}{R^2} + \frac{\Lambda}{3}, \quad (63)$$

y una de las razones para introducir la inflación fue explicar por qué las tres dimensiones espaciales normales

han crecido mucho más de lo esperado. Sin embargo, es aun bastante posible que existan dimensiones espaciales adicionales que por alguna razón no han sufrido la inflación, aunque también podemos pensar que otras dimensiones espaciales adicionales han sufrido una inflación mucho más severa que la sufrida por las dimensiones espaciales normales, pero que por alguna razón no son observables hoy día.

En estas dimensiones adicionales, modeladas bajo las teorías de Kaluza-Klein, se supone que suministran la dinámica (es decir, los acoples, las ecuaciones de movimiento, etc) a baja energía, $E \ll M_P c^2$, de un universo $3 + 1$ dimensional. Una consecuencia puede ser que, si el tamaño del espacio interno D-dimensional varía, entonces la magnitud de las así llamadas "constantes fundamentales" tales como α y G_N pueden variar con el tiempo, también. Por ejemplo, los acoples gauge que tienen la forma

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi\hbar c} = \frac{2\kappa^2}{4\pi\phi r^2 \hbar c} = \frac{4G_N \hbar}{\phi r^2 c^3} = \frac{4l_p^2}{\phi r^2}, \quad (64)$$

$$\alpha = C \left(\frac{l_p}{R_D} \right)^2, \quad (65)$$

si asumimos por simplicidad que todas las dimensiones extras tienen el mismo radio R_D , de forma similar la constante de Newton se hace

$$G_N = l_P^2 \left(\frac{C l_p}{R_D} \right)^D, \quad (66)$$

donde C y C' son constantes del orden de la unidad. Igualmente, en teorías de supercuerdas de 10-dimensiones encontramos que α , $G_N \sim (l_p/R_D)^6$. De este modo, en uno u otro tipo de teoría cualquier cambio de R_D conduce a un cambio en α y G_N .

Posiblemente variaciones en el valor de α con el tiempo pueden ser estudiadas en los espectros de cuasares distantes, por ejemplo, con el espaciado de los niveles de energía atómicos los cuales dependen de α^2 , o en las ratas de decaimiento- β de radioisótopos en la historia de la Tierra. El límite más fuerte se obtiene del "reactor nuclear" de Oklo (Lugar famoso de Africa Occidental por albergar una cantidad de sitios en los cuales tuvieron lugar reacciones de fisión nuclear auto-sostenidas hace aproximadamente dos mil millones de años. Este hecho fue descubierto en 1972 cuando mediciones de la abundancia relativa de los dos isótopos más significativos del uranio extraído allí arrojaron resultados anómalos comparados con los obtenidos del uranio de otras minas. El reactor nuclear natural se formó

cuando un depósito rico en mineral de uranio se inundó de agua subterránea, la cual actuó como un moderador de neutrones, y una fuerte reacción en cadena tuvo lugar. El moderador de agua herviría a medida que se incrementara la reacción, retardándola nuevamente y así evitando una fusión. La reacción de fisión se mantuvo durante cientos de miles de años. La clave para la creación de los reactores naturales fue que, en esa época, la abundancia de U-235 fisible era de aproximadamente el 3%. Gracias a que la vida media del U-235 es más corta comparada con la del U-238, la abundancia actual de U-235 en uranio natural es de aproximadamente 0.7%. Por tanto, un reactor nuclear natural ya no es posible en la Tierra. El reactor nuclear natural de Oklo permanecerá inactivo indefinidamente, en dicho reactor se estima que los depósitos de uranio tienen 2×10^9 años.). De la composición isotópica de muestras de samario y eropio (el samario es un elemento químico de la tabla periódica cuyo símbolo es Sm y su número atómico es 62 y el europio es un elemento químico de la tabla periódica cuyo símbolo es Eu y su número atómico es 63) se ha determinado que la sección eficaz para la captura de neutrones térmicos puede haber cambiado muy poco desde los valores medidos corrientemente los cuales requieren que $\dot{\alpha}/\alpha \lesssim 10^{-17} y^{-1}$ sobre este lapso temporal. Sin embargo las pruebas que tomamos más atrás en el tiempo es el efecto de los cambios de α que pudo haber sufrido durante la nucleosíntesis primordial. Hemos de mirar que la cantidad de helio producido depende crucialmente de las diferencias de masas neutrón-protón a través de

$$r = \frac{n_n}{n_p} = e^{-(m_n - m_p)c^2/kT}, \quad (67)$$

y, críticamente menos de los acoples G_N y G_F (constante de acople débil de Fermi). Ya que estas diferencias de masa son debidas, al menos en parte, a las diferencias de auto-energía electromanética de estos núcleos, por lo cual se puede esperar que $(m_n - m_p) \sim \alpha$ por lo que si requerimos una abundancia de helio primordial $Y_p = 0.24 \pm 0.01$, entonces α no puede haber cambiado alrededor de $\pm 2\%$, o R_D no más de $\pm 1\%$ cuando el universo tenía alrededor de $1s$ de edad, dando $|\dot{\alpha}/\alpha| \lesssim 10^{-10} y^{-1}$, mientras que la estabilidad de los periodos de rotación de los pulsares binarios requiere $|\dot{G}_N/G| \lesssim 2 \times 10^{-11} y^{-1}$.

Por lo tanto, es claro que para que sean compatibles con estos límites observacionales cualquier variación de R_D con $t \approx 1s$ debe haber sido excesivamente pequeña. Debemos por lo tanto estar interesados en la solución de la ecuación de Einstein en la cual las tres dimen-

siones espaciales normales se han inflado y están aumentando mientras las dimensiones internas D se han compactado con un radio esencialmente estable.

Por simplicidad, consideremos el caso de la métrica espaciotemporal de $d = (D + 4)$ -dimensiones la cual tiene la simetría $R^1 \times S^3 \times S^D$, así que el tensor métrico puede ser escrito en la forma

$$g_{MN} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -R(t)^2 g_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & -R_D(t)^2 g_{\alpha\beta} \end{pmatrix}, \quad (68)$$

donde M, N van de 0 a $D + 3$, mientras $i, j = 1, 2, 3$ representan las coordenadas de 3-espacio ordinario, y $\alpha, \beta = 4, 5, 6, \dots, D + 3$ representan aquel espacio interno D -dimensional. $R(t)$ es el radio de la 3-esfera, $R_D(t)$ es el radio de la D -esfera, g_{ij} es el tensor métrico de la 3-esfera unitaria, $g_{\alpha\beta}$ es el tensor métrico de la D -esfera unitaria. Por consiguiente las componentes no cero del tensor de Ricci son (en unidades fundamentales $k = c = 1$)

$$\bar{R}_{00} = 3 \frac{\ddot{R}}{R} + D \frac{\ddot{R}_D}{R_D}, \quad (69)$$

$$\bar{R}_{ij} = \left[\frac{\ddot{R}}{R} + 2 \frac{\dot{R}^2}{R^2} + D \frac{\dot{R} \dot{R}_D}{R R_D} + \frac{2}{R^2} \right] g_{ij}, \quad (70)$$

$$\bar{R}_{\alpha\beta} = \left[\frac{\ddot{R}_D}{R_D} + (D-1) \frac{\dot{R}_D^2}{R_D^2} + 3 \frac{\dot{R} \dot{R}_D}{R R_D} + \frac{(D-1)}{R_D^2} \right] g_{\alpha\beta}. \quad (71)$$

Las componentes no cero del tensor energía-esfuerzo son

$$T_{00} = \rho, \quad (72)$$

$$T_{ij} = p_3 g_{ij}, \quad (73)$$

$$T_{\alpha\beta} = p_D g_{\alpha\beta}, \quad (74)$$

donde ρ es la densidad de masa, p_3 es la presión en el 3-espacio, p_D es la presión en el D -espacio. Cuando se sustituye esto en la ecuación de Einstein

$$\bar{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \bar{R} + \frac{\Lambda}{c^2} g_{\mu\nu} = \frac{-8\pi G_N}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (75)$$

haciendo $\mu, \nu \rightarrow M, N$, esto nos conduce a

$$\begin{aligned} & 3 \frac{\ddot{R}}{R} + D \frac{\ddot{R}_D}{R_D} \\ &= \frac{-8\pi \tilde{G}}{D+2} [(D+1)\rho + 3p_3 + Dp_D - 2\rho_\Lambda], \end{aligned} \quad (76)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\ddot{R}}{R} + 2 \frac{\dot{R}^2}{R^2} + D \frac{\dot{R} \dot{R}_D}{R R_D} + \frac{2}{R^2} \\ &= \frac{-8\pi \tilde{G}}{D+2} [\rho + (D-1)p_3 - Dp_D + 2\rho_\Lambda], \end{aligned} \quad (77)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\ddot{R}_D}{R_D} + (D-1) \frac{\dot{R}_D^2}{R_D^2} + 3 \frac{\dot{R} \dot{R}_D}{R R_D} + \frac{(D-1)}{R_D^2} \\ &= \frac{-8\pi \tilde{G}}{D+2} [\rho - 3p_3 + 2p_D + 2\rho_\Lambda], \end{aligned} \quad (78)$$

donde \tilde{G} es la constante gravitacional en $D+4$ dimensiones, es decir $\tilde{G} = G_N V_D$, siendo V_D el volumen del espacio interno, y $\rho_\Lambda = \Lambda/8\pi\tilde{G}$ es la densidad de materia equivalente al término de la constante cosmológica. Las primeras dos de estas ecuaciones se reducen a

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G_N}{3} (\rho + 3 \frac{p}{c^2}) + \frac{\Lambda}{3}, \quad (79)$$

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G_N \rho}{3} - \frac{kc^2}{R^2} + \frac{\Lambda}{3}, \quad (80)$$

cuando $D = 0$ y $\tilde{G} = G_N$.

Para explorar algunas soluciones, se puede comenzar ignorando el efecto de la materia, la radiación y la constante cosmológica colocando $\rho = p_3 = p_D = p_\Lambda = 0$ de tal forma que los miembros derechos de las ecuaciones se hacen cero. La solución de los términos restantes, son geoméricamente puros, son ecuaciones llamadas soluciones de Kasner, para la cual la métrica es

$$ds^2 = dt^2 - R(t)^2 dx^2 - R_D(t)^2 dx_D^2, \quad (81)$$

donde \mathbf{x} y \mathbf{x}_D son las coordenadas espaciales en 3 y D dimensiones respectivamente, con

$$R(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^\gamma \quad \text{y} \quad R_D(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\gamma_D},$$

sujetas a las condiciones de que

$$3\gamma + D\gamma_D = 1 \quad \text{y} \quad 3\gamma^2 + D\gamma_D^2 = 1 \quad . \quad (82)$$

Ahora, se requiere que las condiciones anotadas puedan ser reunidas sólo si una u otra γ o γ_D es negativa, y asegurar que en el 3-espacio que se esta expandiendo podamos tomar

$$\gamma = \frac{3 + (3D^2 + 6D)^{1/2}}{3(D+3)} \quad , \quad (83)$$

$$\gamma_D = \frac{D - (3D^2 + 6D)^{1/2}}{D(D+3)} \quad , \quad (84)$$

y entonces de hecho el D-espacio en la métrica considerada se contrae. Infortunadamente, no existe solución del tipo que se esta buscando con espacio interno estático y así acoplar efectiva y estáticamente a α y G_N .

Otra posibilidad es generalizar la solución de big bang caliente isotrópico dominado por radiación, para $D + 4$ dimensiones, tenemos

$$\rho = (D+3)a_D T^{D+4} \quad , \quad (85)$$

$$p_3 = p_D = p = a_D T^{D+4} \quad , \quad (86)$$

donde

$$a_D = \frac{2\zeta(D+4)}{\pi^{3/2}} \frac{\Gamma(\frac{D+4}{2})}{\Gamma(\frac{D+1}{2})\Omega_D} \quad , \quad (87)$$

es la constante de Stefan-Boltzman $a = \pi^2 k^4 / 15 c^3 \hbar^{-3} = 7.5659 \times 10^{-16} \text{Jm}^{-3} \text{K}^{-4}$, generalizada a $D + 4$ dimensiones en unidades donde $k = \hbar = c = 1$ y con la función ζ -Riemann en $\zeta(4) = \pi^4/90$, y donde Γ es la función usual gamma y Ω_D es el volumen de la D-esfera, el cual está dado por

$$\Omega_D = \frac{2\pi^{(D+1)/2}}{\Gamma(\frac{D+1}{2})} \quad . \quad (88)$$

El resultado de lo anterior es que mientras R se incrementa con el tiempo, R_D alcanza un máximo y entonces se contrae una vez más, y T correspondientemente cae pero entonces se incrementa una vez más debido a que decrece el volumen de la dimensión compacta cuando $R_D \rightarrow 0$. Ahora bien, cuando R_D se haga muy pequeño, tanto como $kT < \hbar c / R_D$, el efecto de la radiación se hace despreciable y la solución retorna o vuelve a la forma de Kasner indicada anteriormente. Es evidente que no hay ninguna posibilidad de reproducir la forma de nuestro universo con este modelo. A fin de lograr una solución estable se requiere un mecanismo

mediante el cual se pueda alcanzar esto basado sobre la observación de las fluctuaciones cuánticas en las dimensiones compactificadas las cuales darán origen a la llamada "energía de Casimir" es decir la energía de punto cero del vacío. Esto se basa en el hecho de que todas las funciones de onda tienen que ser periódicas en el espacio interno de coordenadas, tal como $\psi(y) = \psi(y + 2\pi R_D)$ y de esta forma las frecuencias propias son

$$\omega = \frac{n}{R_D} \quad , \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \dots \quad (89)$$

La densidad de energía resultante en este espacio curvo tiene la siguiente forma en el $R \gg R_D$,

$$\rho = \frac{C_D}{V_D R_D^4} = -p_3 \quad , \quad p_D = \frac{4\rho}{D} \quad , \quad (90)$$

donde C_D es un coeficiente numérico. Si también se incluye una constante cosmológica finita para balancear esta presión de Casimir, la ecuación de Einstein o de Friedmann puede ser escrita como

$$3\frac{\ddot{R}}{R} + D\frac{\ddot{R}_D}{R_D} = \frac{-8\pi\tilde{G}}{D+2} \left[\frac{(D+2)C_D}{\Omega_D R_D^{D+4}} - 2\rho_\Lambda \right] \quad , \quad (91)$$

donde, como antes Ω_D es el volumen de la D-esfera unitaria, así $V_D = \Omega_D (R_D)^D$, obtenemos

$$R_D = R_{0D} = \left(\frac{C_D(D+2)}{2\Omega_D \rho_\Lambda} \right)^{1/(D+4)} = \left[\frac{8\pi C_D(D+4)}{D(D-1)} \right]^{1/2} l_P \quad , \quad (92)$$

entonces con esto podemos escribir lo siguiente

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{R}_D}{R_D} + (D-1)\frac{\dot{R}_D^2}{R_D^2} + 3\frac{\dot{R}}{R}\frac{\dot{R}_D}{R_D} &= \frac{(D-1)}{R_{0D}^2} \\ &= \left[\frac{4}{4+D} \left(\frac{R_{0D}}{R_D} \right)^{4+D} + \frac{D}{4+D} - \left(\frac{R_{0D}}{R_D} \right)^2 \right] \quad (93) \end{aligned}$$

y una vez más cuando $R_D = R_{0D}$ se obtiene un mínimo estable.

La energía asociada con este espacio interno puede actuar como un campo de inflatón y causar la inflación de las dimensiones normales, $R(t)$. Entonces, si se introduce el campo escalar $\phi(R_D)$ definido por

$$\phi(R_D) = \left(\frac{D-1}{2\pi D} \right)^{1/2} \left(\frac{R_D}{R_{0D}} \right)^{D/2} M_P \quad , \quad (94)$$

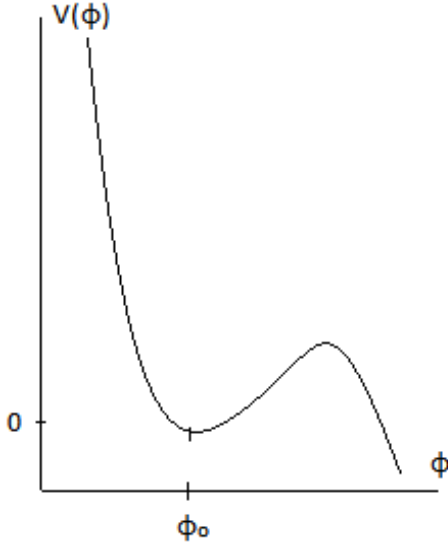
con lo cual obtenemos la siguiente expresión

$$\ddot{\phi} + 3\frac{\dot{R}}{R}\dot{\phi} + \frac{\dot{\phi}^2}{\phi} = -\frac{dV}{d\phi} \quad , \quad (95)$$

expresión que es muy similar a la obtenida muy anteriormente. Entonces, integrando respecto a ϕ , y con la redefinición $\phi(R_{0D}) = \phi_0$ obtenemos el potencial del campo ϕ

$$V(\phi) = \left[\frac{D(D-1)}{8\pi(D+4)} \right]^2 \frac{(D-1)}{C_D} M_P^2 \times \left\{ \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^{-8/D} - \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^2 + \left(\frac{D+4}{D-2} \right) \left[\left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^{2(D-2)/D} - 1 \right] \right\} \quad (96)$$

la constante de integración ha sido usada para colocar $V(\phi_0) = 0$. Este potencial es ilustrado en la figura siguiente



con su mínimo cuasiestable en $\phi = \phi_0$, este potencial presenta ciertas características necesarias para cumplir con las condiciones requeridas por el potencial de inflatón. Sin embargo, $\phi = \phi_0$ no es el mínimo absoluto, en efecto el potencial no es acotado hacia abajo, y por consiguiente eventualmente ϕ realizará tunelamiento a través de la barrera y las dimensiones internas iniciaran la expansión otra vez.

Varios modelos más complicados han sido sugeridos los cuales pueden alcanzar la estabilidad al menos una cuasiestabilidad de larga duración en $R = R_{0D}$. Entonces si existe un periodo anterior cuando $R \neq R_{0D}$ tal que $V(\phi) \neq 0$, existirá una constante cosmológica efectiva la cual producirá inflación de las tres dimensiones normales. Esto llegará a su final cuando $R \rightarrow R_{0D}$ y $V \rightarrow 0$. Por supuesto, todo esto es ex-

tremadamente artificial en esto los valores de la constante cosmológica Λ en 4+D dimensiones, la cual es esencial para alcanzar la estabilidad, ha sido escogida para que $V(\phi) = 0$ en el mínimo $\phi = \phi_0$, es decir cuando $R = R_{0D}$ para asegurar que la constante cosmológica de nuestro espacio 4-dimensional normal sea despreciable. El valor más natural de Λ es claramente del orden de la unidad en unidades de Planck, ya que $R_{0D} \simeq O(l_P)$.

Algo relacionado con el problema es que, si alguna vez $kT \gtrsim \hbar c R_D^{-1}$, los modos de alta energía, $n > 1$, pueden estar excitados. Ello corresponde a partículas, algunas veces referidas como "partículas primordiales", con masas $\approx n R_D^{-1} \simeq n M_P$. Si ellas fueran estables dominarían la densidad de energía del universo, ya que ellas producirían más o menos la misma abundancia de fotones, y existiría un pequeño cambio que subsecuentemente las haría colisionar y aniquilarse. Esto podría dar entonces $\rho \approx 10^{26} \rho_c$. Por lo que es esencial que ellas deban ser inestables y que decaigan en partículas ordinarias, de este modo no permitir llevar ninguna cantidad conservada interna o números cuánticos topológicos.

Es evidente del breve esquema ilustrado anteriormente que si la idea de Kaluza-Klein para explicar la dinámica del universo a través de los efectos de las dimensiones extras compactificadas tiene alguna validez, entonces, las consecuencias para el universo muy temprano, cuando el tamaño de las tres dimensiones espaciales normales era comparable al de las dimensiones compactas, sería particularmente interesante. Sin embargo, la necesidad de producir los requerimientos de la inflación de las dimensiones normales mientras se mantiene estable la compactación de algunas otras dimensiones, por lo tanto, para alcanzar esto se desprecia o se hace cero la constante cosmológica para los tiempos posteriores o para la evolución posterior, además debe permitirse un exceso de partículas primitivas. Es muy difícil demandar que alguno de los modelos sugeridos a la fecha puedan satisfacer de manera natural y convincente dichos todos los requerimientos anotados[2].

7 Inflación en el Braneworld

En la física del siglo XX se presenta un problema. Dos de las más importantes teorías de la física, la mecánica cuántica y la relatividad general en sus formulaciones se contradicen, en general la relatividad describe un universo que es muy suave (si no es plano), y la mecánica cuántica sugiere que la naturaleza a muy pequeña escala se comporta de forma compleja y ambigua, por ejemplo la relatividad general describe la gravedad como una

curvatura del espaciotiempo, y la mecánica cuántica describe la interacción gravitacional como un intercambio de partículas, gravitones, conciliar estas dos ideas es supremamente complicado. Estos problemas han sido (someramente) resueltos por nuevas teorías: por ejemplo, la teoría de supercuerdas (o la teoría de cuerdas) y la más reciente teoría M, que trata de unificar las diversas teorías de cuerdas. Esencialmente las dificultades con la mecánica cuántica y la relatividad general se desvanecen cuando se toma en consideración la extensión espacial de las cuerdas, que se cree son los constituyentes fundamentales del universo. Resulta imposible realizar mediciones a escalas muy pequeñas (es decir, por debajo de la Longitud de Planck). Con lo cual el conflicto entre la relatividad general y mecánica cuántica no se ha podido zanjar. Sin embargo, estas teorías introducen nuevas complicaciones para el universo: la teoría de las dimensiones extra, tenemos que es supersimétrica, lo que significa que son simétricas, no sólo con respecto a la posición, la velocidad y la gravedad, sino también en relación con el espín de las partículas en la mecánica cuántica. Las teorías supersimétricas (por ejemplo, la teoría de supercuerdas, de ahí el nombre) son, naturalmente, formuladas en más de cuatro dimensiones. La teoría de cuerdas suministra un modelo de universo en diez dimensiones en total (nueve espaciales y el tiempo).

La Teoría M se formula en un universo de once dimensiones (diez espaciales, y una temporal). La idea de que hay más dimensiones que las familiares cuatro (una temporal y tres espaciales) no era nuevo en la teoría de cuerdas, la cual se desarrolló hacia el final del siglo XX. De hecho había sido propuesta en 1919 por Kaluza, quien, en una carta a Einstein, descubrieron que la formulación de la relatividad general en cinco dimensiones (en lugar de cuatro) conducía a una forma elegante de combinar la relatividad general con la teoría electromagnética de Maxwell. Esta investigación fue publicada por Kaluza (1921), y fue desarrollado por Klein (1926), pero, después de encontrarse con algunos problemas graves, la investigación de dimensiones adicionales cesó en gran medida. Las dimensiones extra en el trabajo de Kaluza y Klein, así como en la teoría de cuerdas y la teoría M, se considera que son muy pequeñas o compactas. Esto es análogo a una manguera, que tiene una dimensión extendida, su longitud, y una dimensión compacta, su circunferencia. Sin embargo, recientemente se ha sugerido (Arkani-Hamed et al, 1998; Antoniadis et al, 1998), que si los campos de la materia ordinaria se limitan a las tres dimensiones extendidas como de costumbre, solamente, con la gravedad permitiéndosele actuar en todas las di-

mensiones, entonces las dimensiones extra podrían no ser necesariamente pequeñas, incluso podrían ser muy grandes, o hasta infinitas. El espacio tridimensional en el que la materia existe se denomina la membrana, y el espacio de dimensión superior se llama el bulk. Durante los últimos años, se han propuesto diversos modelos de este tipo, por ejemplo en el caso de una dimensión extra extendida (tal vez sin límites), llamado modelo de Randall-Sundrum tipo I, el cual ha recibido notable atención, donde se hace posible considerar un universo de cinco dimensiones (cuatro espaciales, y una temporal), caracterizado por contar con dos membranas, una de las cuales contiene los campos del modelo estándar. Posteriormente se propuso un segundo modelo, Randall-Sundrum tipo II, que tiene una única membrana, éste es equivalente al primer modelo, pero con una de las membranas llevada hasta el infinito. Estos son los modelos de Randall-Sundrum del universo-membrana, denominados en lo sucesivo el escenario del universo-membrana o braneworlds[3] [4] [5].

7.1 Inflación sobre el Braneworld

La inflación caótica en el modelo de Randall-Sundrum para un universo-membrana tipo II se puede desarrollar de forma paralela a la cosmología estándar. A bajas energías, es decir, cuando $\rho \ll \lambda$, y donde λ representa la tensión sobre la membrana, la inflación en el escenario del universo-membrana se comporta exactamente de la misma manera que la inflación estándar. Sin embargo, a altas energías esperaríamos que la dinámica de la inflación se modifique. Los detalles de esta modificación se mostraran en lo que sigue. Con el fin de hacer esto, se seguirá la ecuación modificada de Friedmann[3] [6]

$$H^2 = \frac{8\pi}{3M_4^2} \rho \left(1 + \frac{\rho}{2\lambda}\right), \quad (97)$$

donde, primero se encuentran las condiciones para que la inflación pueda tomar lugar, entonces tenemos

$$\dot{\rho} = -3H(\rho + p), \quad (98)$$

en la cual ρ y p son la densidad de energía y la presión del campo escalar, respectivamente, definidas según las siguientes expresiones

$$\rho = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (99)$$

$$p = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi), \quad (100)$$

ahora bien, diferenciando la ecuación de Friedmann respecto al tiempo se obtienen las siguientes expresiones

$$2H\dot{H} = 2H \left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right), \quad (101)$$

$$2H\dot{H} = \frac{8\pi}{3M_4^2} \left[\dot{\rho} + \dot{\rho} \frac{\rho}{\lambda} \right], \quad (102)$$

donde a representa el factor de escala, finalmente se puede expresar como

$$2H\dot{H} = -\frac{8\pi H}{M_4^2} (\rho + p) \left(1 + \frac{\rho}{\lambda} \right), \quad (103)$$

utilizando la ecuación del fluido, se obtiene una ecuación para la aceleración

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3M_4^2} \left[(\rho + 3p) + (2\rho + 3p) \frac{\rho}{\lambda} \right]. \quad (104)$$

Durante la inflación $\ddot{a} > 0$, por consiguiente las condiciones para la inflación son

$$0 < -[\lambda(\rho + 3p) + \rho(2\rho + 3p)], \quad (105)$$

$$p < -\frac{\lambda\rho + 2\rho^2}{3(\lambda + \rho)} = -\frac{\rho}{3} \left(\frac{\lambda + 2\rho}{\lambda + \rho} \right), \quad (106)$$

puede encontrarse que para $\rho \ll \lambda$, esta expresión se reduce a la condición de inflación estándar, $p < -\rho/3$. En el caso $\rho \gg \lambda$, tenemos la condición fuerte

$$p < -\frac{2\rho}{3}, \quad (107)$$

ya que no existe un cambio cualitativo en la definición de inflación, se puede definir la condición de slow-roll como

$$\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \ll V, \quad (108)$$

$$\left| \ddot{\phi} \right| \ll \left| 3H\dot{\phi} \right|, \quad (109)$$

por lo tanto se considera que la inflación tomará lugar cuando estas condiciones se satisfacen. Entonces se encuentran dos ecuaciones que describen la dinámica de la inflación slow-roll

$$H^2 \simeq \frac{8\pi}{3M_4^2} V \left(1 + \frac{V}{2\lambda} \right), \quad (110)$$

$$3H\dot{\phi} \simeq -V', \quad (111)$$

con estas dos expresiones, asumiendo que la tercera derivada es pequeña, permiten la condición de slow-roll, las cuales ahora pueden ser escritas como

$$\frac{M_4^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \frac{1}{1 + V/2\lambda} \ll 1, \quad (112)$$

$$\left| \frac{M_4^2 V'}{8\pi V} \frac{1}{1 + V/\lambda} \right| \ll 1, \quad (113)$$

donde M_4 representa masa de Planck en cuatro dimensiones. Con lo anterior en mente podemos definir dos parámetros de slow-roll sobre la brane como sigue

$$\varepsilon \equiv \frac{M_4^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \frac{1 + V/\lambda}{(1 + V/2\lambda)^2}, \quad (114)$$

$$\eta \equiv \frac{M_4^2 V'}{8\pi V} \frac{1}{1 + V/2\lambda}, \quad (115)$$

los cuales se reducen a los parámetros estándar en el límite de baja energía, estos parámetros se han tomado de las condiciones de slow-roll, excepto que es ligeramente diferente de la expresión en la ecuación $\frac{M_4^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \frac{1}{1 + V/2\lambda} \ll 1$ un cambio que equivale a un aumento que no es superior a 2. La razón de esta alteración es mantener la misma ecuación para n -términos de los parámetros de slow-roll como en la cosmología estándar. El slow-roll implica que $\varepsilon \ll 1$, y que $|\eta| \ll 1$ como en la cosmología estándar. Entonces, el número de e-foldings, se modifica agregando una vez más un factor extra, mostrado aquí entre paréntesis

$$N \simeq -\frac{8\pi}{M_4^2} \int_{\phi_i}^{\phi_f} \frac{V}{V'} \left(1 + \frac{V}{2\lambda} \right) d\phi, \quad (116)$$

donde ϕ_i y ϕ_f son los valores del campo escalar al comienzo y final de la respectiva expansión [7] [8] [9].

7.2 Crecimiento de Estructura en el Braneworld

No existe cambio en el espectro de la perturbación escalar en términos de H , por lo tanto, para el caso de la cosmología estándar tenemos

$$A_s^2 = \frac{4}{25} \left[\left(\frac{H}{\dot{\phi}} \right) \left(\frac{H}{2\pi} \right) \right]^2 = \frac{512\pi}{75M_P^6} \frac{V^3}{V'^2}, \quad (117)$$

ahora en el caso de una brane, encontramos

En el límite de altas energías tenemos $\left(\frac{H}{\mu}\right)^2 \simeq \left(\frac{V}{\lambda}\right)^2 \gg 1$, y además $\sinh^{-1} y \simeq y - y^2/6$ para y pequeño, entonces encontramos

$$A_s^2 = \frac{4}{25} \left[\left(\frac{H}{\phi} \right) \left(\frac{H}{2\pi} \right) \right]_{k=aH}^2 \simeq \frac{512\pi}{75M_P^6} \frac{V^3}{V^2} \left(1 + \frac{V}{2\lambda} \right)^3, \quad (118)$$

esto bajo la aproximación de slow-roll. En el caso de una perturbación tensorial, en cosmología estándar se expresa como

$$F^2 \simeq \left[\sqrt{1 + \left(\frac{V}{\lambda} \right)^2} - \left(\frac{V}{\lambda} \right)^2 \sinh^{-1} \left(\frac{\lambda}{V} \right) \right]^{-1}, \quad (125)$$

$$A_T^2 = \frac{4H^2}{25\pi M_P^2} \simeq \frac{4}{25\pi M_P^2} \left(\frac{8\pi}{3M_P^2} V \right) = \frac{32}{75M_P^4} V, \quad (119)$$

$$\simeq \left[\left(\frac{V}{\lambda} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{V}{\lambda} \right)^2} - \left(\frac{V}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{\lambda}{V} - \frac{\lambda^3}{6V^3} \right) \right]^{-1}, \quad (126)$$

ahora para el caso de un universo-membrana

$$A_T^2 = \frac{4H^2}{25\pi M_P^2} H^2 F^2 \left(\frac{H}{\mu} \right) \Big|_{k=aH} \simeq \frac{32}{75M_4^4} V \left(1 + \frac{V}{2\lambda} \right) F^2 \left(\frac{H}{\mu} \right), \simeq \left[\left(\frac{V}{\lambda} \right) \left(1 + \frac{\lambda^2}{2V^2} \right) - \frac{V}{\lambda} + \frac{\lambda}{6V} \right]^{-1}, \quad (127)$$

donde

$$F \left(\frac{H}{\mu} \right) = \left[\sqrt{1 + \left(\frac{H}{\mu} \right)^2} - \left(\frac{H}{\mu} \right)^2 \ln \left(\frac{\mu}{H} + \sqrt{1 + \left(\frac{\mu}{H} \right)^2} \right) \right]^{-1/2} = \left(\frac{\lambda}{V} + \frac{\lambda}{6V} \right)^{-1}, \quad (128)$$

$$= \frac{3V}{2\lambda} \gg 1, \quad (129)$$

y donde μ es la escala de masa que está dada por

$$\mu = \frac{1}{M_4} \sqrt{\frac{4\pi\lambda}{3}}, \quad (122)$$

se puede mostrar que

$$\frac{H^2}{\mu^2} \simeq \frac{2V}{\lambda} \left(1 + \frac{V}{2\lambda} \right). \quad (123)$$

Bueno, la ecuación para F se simplifica en los límites de baja y alta energía.

En el límite de baja energía $\left(\frac{H}{\mu}\right)^2 \simeq \frac{2V}{\lambda} \ll 1$, y por consiguiente en este límite tenemos

$$F^2 \simeq \left[1 - \left(\frac{H}{\mu} \right)^2 \ln \left(\frac{2\mu}{H} \right) \right]^{-1} \simeq 1, \quad (124)$$

la cual se puede justificar de la siguiente forma, tenemos que $2\mu/H > \ln(2\mu/H)$ o $(H/2\mu) \ln(2\mu/H) < 1$ y de este modo $(H/\mu)^2 \ln(2\mu/H) = 2(H/\mu)(H/2\mu) \ln(2\mu/H) < (2H/\mu) \ll 1$. Esto es lo que se esperaba, ya que en el límite de baja energía, la expresión debe ser la misma que aquella derivada sin consideración de los efectos de la brane.

Debe esperarse que si se quiere incrementar, por ejemplo la amplitud de las ondas gravitacionales en el régimen de alta energía esto depende del valor del campo escalar en el cual se este evaluando. Para algunos potenciales la amplitud se incrementa, en el límite de alta energía, mientras que para otros potenciales, existe realmente una disminución en la perturbación tensorial. Por consiguiente la razón entre las perturbaciones escalares y tensoriales es definida como en la cosmología estándar

$$R \equiv 16 \frac{A_T^2}{A_S^2}, \quad (130)$$

para el cual se ha encontrado que obedece la misma ecuación de consistencia estándar

$$R = -8n_T, \quad (131)$$

donde n_T es el índice espectral tensorial, definido como en el caso estándar. Para el índice espectral escalar, se deriva una expresión bajo la aproximación de slow-roll,

$$n - 1 \simeq \frac{d \ln A_S^2}{d \ln k} = \frac{d \ln A_S^2}{d\phi} \frac{d\phi}{\ln k}, \quad (132)$$

$$\simeq \left(\frac{d \ln V^3}{d\phi} - \frac{d \ln V^2}{d\phi} + \frac{d \ln(1 + V/2\lambda)^3}{d\phi} \right) \frac{d\phi}{d \ln k}. \quad (133)$$

En el escenario braneworld, tenemos

$$d \ln k \simeq -dN \simeq -\frac{8\pi}{M_4^2} \frac{V}{V'} \left(1 + \frac{V}{2\lambda}\right) d\phi. \quad (134)$$

Así se puede deducir lo siguiente

$$n - 1 \simeq -\left(3 \frac{d \ln V}{d\phi} - 2 \frac{d \ln V'}{d\phi} + 3 \frac{d \ln(1 + V/2\lambda)}{d\phi}\right) \frac{M_4^2 V}{8\pi} \frac{1}{V(1 + V/2\lambda)}, \quad (135)$$

$$= -\left(3 \frac{V'}{V} - 2 \frac{V''}{V'} + 3 \frac{V'/2\lambda}{1 + V/2\lambda}\right) \frac{M_4^2 V'}{8\pi} \frac{1}{V(1 + V/2\lambda)}, \quad (136)$$

$$= -6 \frac{M_4^2}{16\pi} \left(\frac{V''}{V'}\right)^2 \left(\frac{1}{1 + V/2\lambda} + \frac{V/2\lambda}{(1 + V/2\lambda)^2}\right) + 2 \frac{M_4^2}{8\pi} \left(\frac{V''}{V'}\right) \frac{1}{1 + V/2\lambda}, \quad (137)$$

$$n - 1 = -6\epsilon + 2\eta, \quad (138)$$

Por lo tanto en el escenario braneworld se ha encontrado una descripción plausible del universo. A bajas energías tenemos una descripción idéntica a la encontrada en la cosmología estándar. Durante el universo temprano, en especial durante la etapa inflacionaria, se debe considerar que la densidad de energía debe ser suficientemente alta comparada con la tensión en la brane, para obtener perturbaciones similares a las obtenidas en el modelo estándar [7] [8] [9] [10].

El modelo de braneworld, es una alternativa para explicar diferentes fenomenologías que son explicables de forma más natural bajo esquemas de alta dimensionalidad, por ejemplo podría suponerse que la expansión acelerada observada hoy día, se podría adjudicar a la dinámica propia de la brane, no hay pruebas sobre esto, pero la ausencia de observación de los constituyentes de la energía oscura, hacen plausibles estos modelos. El modelo puede explicar la debilidad de la gravedad en relación con las otras fuerzas fundamentales de la naturaleza, resolviendo así el problema de la llamada jerarquía de la física de partículas. En la imagen de membrana, las otras tres fuerzas (electromagnetismo y las fuerzas nucleares débil y fuerte) se localizan en la membrana, pero la gravedad como no tiene tales restricciones, gran parte de su poder de atracción "fugas" se da en la mayor parte del espaciotiempo de altas dimensiones. Como consecuencia, la fuerza de gravedad debe

aparecer mucho más fuerte en las pequeñas escalas subatómicas o al menos sub-milimétricas, en la que menos fuerza de la gravedad se ha "filtrado". Desde el punto de vista de la inflación en principio no aporta una comprensión mayor, claro está que bajo un modelo muy simple, quizá con un modelo más completo se pueda determinar aspectos ocultos de la inflación.

8 Conclusiones

Según lo ilustrado anteriormente podemos considerar las siguientes conclusiones

Debe ser claro que, aunque muchos detalles de la cosmología temprana permanecen sin ser explorados, ella es una muy fructífera fuente de "experimentos" de física de altas energías. Se ha encontrado que puede ayudar a discriminar entre teorías que postulan escalas de energía muy altas o nuevos tipos estables de partículas. Inversamente se ha mostrado como la física de partículas ha sugerido soluciones para alguno de los problemas más fundamentales como la edad y planitud del universo, la formación de estructuras como galaxias y clusters.

Un hecho muy usual de la cosmología inflacionaria es que debido a que alguna estructura pueda haberse originado inicialmente será amortiguada o diluida por el factor Z , y como por hipótesis el equilibrio térmico fue restaurado después del recalentamiento, la naturaleza de la configuración inicial es casi irrelevante para lo que ha ocurrido desde el recalentamiento. Esto es particularmente confortable porque de nuestra imposibilidad de seguir la física hacia atrás del tiempo de Planck sin una teoría cuántica de la gravedad. En verdad existe una profunda incertidumbre en el rol jugado por la mecánica cuántica en el universo muy temprano cuando no existía "observación" del sistema.

La creación de materia a través de la expansión del falso vacío se encuentra bastante cerca de "explicar" la creación del universo en si mismo "ex nihilo". También, parece posible que sólo tenemos la ilusión de que vivimos en un mundo 3-dimensional debido a que tres de las dimensiones espaciales se han inflado mientras las restantes son demasiado pequeñas para ser observadas.

No es obvio en ninguno de estos modelos por qué la constante cosmológica $\Lambda \simeq 0$ hoy día. En el esquema teórico ilustrado el mínimo del potencial simplemente se ha asumido que es $V \simeq 0$ para estar de acuerdo con la observación, aunque $V_{\min} = O(M_x^4 c^5 / \hbar^3)$ propio de las fluctuaciones cuánticas., donde M_x^4 es la escala de rompimiento de la simetría, puede evidentemente ser más natural. Esto ilustra una vez más la urgente

necesidad de entender más profundamente como combinar la teoría de campos cuánticos con la relatividad general.

Cuando se hace la descripción del campo de inflatón, se obtienen las condiciones y requerimientos que debe satisfacer dicho campo para que pueda suministrar una explicación satisfactoria, pero como puede observarse se trata el campo de inflatón como un "fantasma", ya que nunca, por lo menos acá, se muestra su forma, esto hace pensar que existen múltiples formas que en principio pueden satisfacer los requerimientos de la teoría, por lo tanto esto dificulta el trabajo de encontrar una descripción completa y adecuada que permita explicar la etapa inflacionaria del universo.

Finalmente, podemos, pensar que en los modelos de altas dimensiones algunas dimensiones no se inflaron, que otras, como las tres dimensiones normales sufrieron un proceso de inflación, y que, siendo un poco arriesgados, otras dimensiones sufrieron un proceso de hiperinflación, es decir que se inflaron mucho más que las dimensiones ordinarias, de esto no hay ninguna prueba, pero valdría la pena considerar esta posibilidad.

References

- [1] For a review, see e.g., A. Linde, *Particle Physics and Inflationary Cosmology*, (1990) Harwood, N. J.
- [2] Collins. P. D. B, Martin A. D, Squires. E. J, *Particle Physics and Cosmology*, (1989) John Wiley and Son.
- [3] Martens, R., "Brane-World Gravity", *Living Reviews in Relativity*, gr-qc/0101059
- [4] Randall, L., and Sundrum, R., "An Alternative to Compactification", *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 4690-4693, (1999)
- [5] Randall, L., and Sundrum, R., "Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension", *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 3370-3373, (1999).
- [6] Maeda, K., Mizumo., and Torii, T ., "Effective Gravitational equations on a brane world with indeced gravity", *Phys. Rev. D*, **68**, 024033-1-8, (2003)
- [7] Éanna, É., S. H. Henry, Tye., and Ira Wasserman, "Cosmological expansion in the Randall-Sundrum brane world scenari", *Phys. Rev. D*, **62**, 044039, (2000)
- [8] Malcolm S. Longair, "Galaxie Formation", Springer 1998
- [9] T. Padmanabhan, T. Roy Choudhury, *Ganeshkhind, Pune, India*, astro-ph/0212573v2, 2003.
- [10] T. Padmanabhan, *Dark Energy and Gravity*, IUCAA, Post Bag 4, Ganeshkhind, Pune - 411 007, India, 2007.
- [11] Ford L H, Inflation driven by a vector field, 1989 *Phys. Rev. D* 40 967.