EL QUEHACER MATEMÁTICO. UN RECORRIDO POR LA HISTORIA

PARTE II: LA MATEMÁTICA EN EL SIGLO XVII

por Juan Manuel PÉREZ DELGADO

(Juan Manuel PÉREZ DELGADO es Licenciado en Ciencias Exactas y profesor de Matemáticas en el Instituto de Educación Secundaria "Alarifes Ruiz Florindo", de Fuentes de Andalucía, Sevilla-Spain)

Estas notas sobre el devenir histórico de las Matemáticas son un resumen puntual extraído de la obra "HISTORIA GENERAL DE LAS CIENCIAS", de René Tanton y otros (1988). Edit Orbis, Barcelona.

Están estructuradas en cinco partes:

PARTE I: LA MATEMÁTICA EN LA ANTIGÜEDAD, EDAD MEDIA Y RENACIMIENTO.
PARTE II: LA MATEMÁTICA EN EL SIGLO XVII
PARTE III: LA MATEMÁTICA EN EL SIGLO XVIII.
PARTE IV: LA MATEMÁTICA EN EL SIGLO XIX.
PARTE V: LA MATEMÁTICA EN EL SIGLO XX.

II. EL SIGLO XVII

EL SIGLO XVII

Nos encontramos en primera instancia con **François Viète (Vietta, 1540-1603), El príncipe de los aficionados.** Jurista y relator del Consejo de Estado, publicó un libro notable: "Canon mathematicus", que se trata de una tabla de funciones trigonométricas, con acertada exposición, tan clara, de los teoremas, que hace pensar ya en la futura notación algebraica del autor. Calculó π con diez decimales exactos, desarrolló las sucesiones por recurrencia, en trigonometría esférica estableció las analogías de Neper. Pero sin duda **Vietta** es famoso por su "Logística Especiosa", o arte del cálculo sobre símbolos o especies, que representan magnitudes indiferentemente geométricas o aritméticas.

Subdividió el análisis en tres partes fundamentales. La zetética, o arte de encontrar los problemas, consiste en adoptar un simbolismo que permita anotar todas las magnitudes desconocidas al igual que las conocidas, así como expresar las relaciones que las unen y obtener de ellas la ecuación que resume el problema propuesto. El análisis porístico que estudia, transforma y discute aquella ecuación. Y la exegética, o análisis rético, vuelve al problema concreto, resolviendo la ecuación ya por construcciones geométricas, ya por cálculos numéricos. Estos términos, no han cuajado en la terminología actual, pero sin duda influyeron, y de qué modo, en el desarrollo de las Matemáticas, el álgebra ya se puede considerar simbólica**.** Todos los trabajos de los algebristas del siglo XVII, aclararon sus técnicas por el nuevo método de **Vietta**, con lo cual permitió que surgiera una teoría de las ecuaciones algebraicas que ha tenido una importancia fundamental.

La aportación de cada matemático a la teoría de las ecuaciones, es difícil de identificar. En 1608 **Peter Rothe**, afirmó la existencia de n raíces para toda ecuación de grado n. **Harriot**, simplifica la notación de **Vietta**, y pone más de relieve las relaciones entre los coeficientes y las soluciones. **Albert Girard (1595-1632)**, hizo de esas relaciones el fundamento de la teoría, y, admitiendo las soluciones negativas y las imaginarias, sentó el mismo principio que **Rothe**.

Descartes, publicó su "Géométrie", como apéndice al "Discours de la méthode". Expuso su teoría de las ecuaciones algebraicas, tal como él la concebía. Sus ideas eran semejantes a las de **Harriot** y **Girard**, pero independientes de ellas.

La notación queda fijada prácticamente como la actual**,** siempre letras minúsculas, con las últimas del alfabeto reservadas para las incógnitas, y la notación exponencial de **Stevin** y **Bombelli**. Los principios esenciales quedaron expuestos así:

1) En cada ecuación puede haber tantas raíces cuantas dimensiones tiene la magnitud desconocida.
2) Se ve, entonces, que la suma de una ecuación que contiene varias raíces puede ser siempre dividida por un binomio compuesto de la cantidad desconocida menos el valor de una de las raíces verdaderas (positivas), cualquiera que sea ésta, o más el valor de una de las falsas (negativas), medio por el cual se disminuyen sus dimensiones (grados).
3) Se ve también cuántas raíces verdaderas y falsas pueden haber en cada ecuación. A saber, tantas verdaderas cuantas veces se encuentren cambiados los signos +, y -, y falsas cuantas veces se sigan dos signos + o dos signos -.

4) Es fácil conseguir cambiar las soluciones falsas por verdaderas y las verdaderas por las falsas, basta cambiar los signos de los términos de dimensiones pares.
5) Este modo de cambiar las raíces de la ecuación sin conocerlas nos permite quitar el segundo miembro de la ecuación que se examina ...
6) Se puede, aumentando con una cantidad suficiente, hacer que todas las raíces de una ecuación sean verdaderas.
7) Se puede dividir el valor de las raíces de una ecuación por toda cantidad conocida que se quiera.
8) Por lo demás, ni las raíces verdaderas ni las falsas son todas reales, sino que algunas veces son imaginarias... y si la ecuación es de magnitud impar siempre tiene una real, y no hay forma de que las imaginarias se hagan reales.
9) Por último Descartes indica cómo pueden hallarse las raíces racionales de una ecuación con coeficientes en Q.

Se trata pues de un verdadero resumen de la situación del estado de la teoría hasta entonces, con muchos ejemplos, no todos ellos obra de Descartes. Nótese que muchas de las ideas estaban ya en la obra de **Girard**, **Peletier**, **Cardano**, etc..

En cuanto a la resolución efectiva de las ecuaciones, **Vietta** había dado en 1600 un método de resolución numérica aproximado, que posteriormente fue perfeccionado por sus discípulos ingleses **Harriot** y **Oughtred**, y que posteriormente dio origen al método de aproximación de **Newton**, utilizado todavía hoy.

CREACIÓN DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

La aplicación del análisis de **Vietta** a la Geometría consiguió un éxito brillante con la creación de la Geometría analítica por **Descartes** y **Fermat**, hacia la misma época y uno independiente del otro. Emplearon la nueva "logística especiosa" para el análisis de los lugares geométricos, en particular para las cónicas.

Fermat, nació en Beaumont de Lomagne en 1601, abogado y magistrado en Toulouse, y muerto en Castres el 12 de Enero de 1665. Su carrera profesional hubiera pasado tranquila y oscura si no fuese por su gran genio matemático. En principio estudió a los alejandrinos e intentó por su cuenta el estudio de los lugares planos de **Apolonio**. Adoptó el estilo de **Vietta**, es su estilo el de nuestra Geometría analítica. Su émulo **Descartes**, se llevó guiado por sus meditaciones internas y solicitudes externas a estudios del trazado de curvas de todo tipo, soñando en extender la Geometría por esa línea de problemas "no sólidos", los cuales se consideraban "cuasi-geométricos."

Su pasión por la óptica le llevó al estudio profundo de las secciones cónicas y le permitió el descubrimiento de las leyes exactas de refracción, influenciado sobre todo por **Kepler**. También **Clavius**, le llevó a la búsqueda de soluciones geométricas de las ecuaciones de grado superior a dos. Estamos, pues, ante la evidente influencia de **Vietta**, y el análisis exegético geométrico, que posteriormente se llamaría "efección de las ecuaciones", mundo a donde se lanzaron todos los matemáticos de la época, hasta **Sluse** (1622-1685). Pero **Newton** paró el carro, en el sentido de que el estudio por esa vía era, a todas luces, insuficiente y ante todo habría de ser preliminar la separación y acotación de las raíces, indicando asimismo **Newton** que la búsqueda de resultados más precisos competía al Cálculo Numérico.

Hacia 1632, **Golius** propuso a **Descartes** el llamado Problema de **Pappo**. **Descartes** lo resolvió en tres semanas, demostrando, pues, la excelencia de su técnica, y algo más importante: la definición precisa y correcta de sus curvas geométricas. Las curvas geométricas de **Descartes** son aquellas en las que las dos coordenadas, x e y, se encuentran relacionadas por una ecuación algebraica $P(x, y)=0$.

Descartes comprobó que es posible construir cada punto de esas curvas, cualquiera que sea su abscisa, por una serie de infinitas efecciones de ecuaciones algebraicas de grados cada vez más elevados. Construcción que le resultó imposible en las curvas que llamó "mecánicas", y que **Leibniz** llamará "trascendentes" por considerar que estas curvas no dependían de la Geometría analítica.

ANÁLISIS DIOFÁNTICO

En 1621, **Bachet de Méziriac**, ofreció la primera versión latina de las Aritméticas de **Diofanto** con un extenso comentario. También había sido difundida la obra de Diofanto por **Xilander** (1575), **Stevin y Girard**, (en Francia), **Bombelli**, en su Algebra, e incluso **Clavius**, en su Algebra de 1608. Pero el gran maestro en la materia era **Fermat.** Sus profundas observaciones sobre **Diofanto**, escritas en los márgenes de su ejemplar de **Bachet**, que fueron salvadas del olvido gracias a su hijo Samuel, permitió a los algebritas de la época ejercitar su sagacidad y afinar sus métodos, con lo cual no puede despreciarse su influencia en el posterior Cálculo Infinitesimal de los hermanos **Bernouilli**. Se puede decir que **Fermat**, fue el creador de la "Teoría de los números". Con los descubrimientos tan importantes como:

1) El método de descenso infinito, técnica específicamente aritmética, de potencia limitada, que prestó grandes servicios tanto a él como a sus sucesores.

2) El teorema menor de Fermat: Si p es primo $\Rightarrow$ $a^p \equiv a \mod (p)$.

3) Proposiciones como... todo número es la suma de cuatro cuadrados, o de tres triangulares, o de cinco pentágonos, etc.. Todo número de la forma $4n+1$ es suma de dos cuadrados. Ningún número de la forma $3n-1$ es de la forma $a^2 + 3b^2$. Ningún triángulo rectángulo en números enteros tiene como área un cuadrado.

4) El teorema mayor de Fermat: la ecuación $x^n + y^n = z^n$, con $n>2$, entero, es imposible con números enteros.

5) La ecuación de **Pell-Fermat**: la ecuación $Nx^2+1 = y^2$, es siempre posible en números enteros.

No se conserva ninguna demostración de **Fermat.** Tal vez, ni él tuviera ninguna de ellas, como ocurre con el teorema mayor, que ha sido uno de los mayores misterios de las matemáticas hasta nuestros días. Más, el camino que propuso **Fermat** fue cultivado posteriormente por grandes matemáticos, como **Euler, Lagrange**,...., **Vinogradov.**

NACIMIENTO DE LA GEOMETRÍA PROYECTIVA

Desargues (1591-1661) fue un matemático original que abrió de par en par las puertas de la Geometría pura. Si antes fueron **Gregorio de Saint-Vincent**, **Cavalieri** y **Mydorge**, siguiendo los pasos de **Apolonio**, los que enriquecieron la teoría con importantes resultados, **Desargues** hizo algo más, ideó una nueva técnica geométrica, la Geometría Proyectiva. La publicación de sus ideas en lengua francesa, perjudicó gravemente el desarrollo y propagación de sus nuevas líneas por lo que tuvo escasos seguidores, pero, eso si, muy buenos, entre los cuales podemos citar a **Pascal,** y a **Philippe de la Hire. Pascal** se proclamó seguidor de **Desargues**, halló el teorema que lleva su nombre referente a los hexágonos inscritos en una cónica y obtuvo de él una teoría completa de esas curvas.

Philippe de la Hire, fue mucho más un divulgador que un matemático, lo cual hizo que las ideas del maestro no se perdieran. Aunque no pudo evitar el avance imparable de la Geometría Analítica y de los métodos infinitesimales, por lo menos mantuvo la llama viva hasta la llegada de **Monge.** Destaca en las ideas de **Desargues** el concepto de punto en el infinito sobre una recta, la subsecuente identificación de un haz de rectas paralelas y un haz de rectas concurrentes y la del cono y cilindro, así como la teoría de la involución sobre una recta y el "Teorema de Desargues", que aquí resulta para un haz puntual de cónicas, y que se da también en él el teorema sobre los triángulos homológicos.

NEPER Y LOS LOGARITMOS

Comenzamos con la figura de **John Napier of Merchiston, (Neper** 1550-1617), barón escocés, que, consecuente con su idea de simplificar los cálculos trigonométricos, reconsideró la vieja idea de comparar las progresiones aritméticas y geométricas, idea que desarrolló y logró presentar y traducir en cálculos efectivos.

Escribe **Neper**: "El logaritmo de todo seno es un número que expresa con gran aproximación la línea que aumenta uniformemente en tiempos iguales, mientras que la línea del seno total disminuye proporcionalmente en este seno; los dos movimientos se producen al mismo tiempo, y, al principio, con la misma velocidad...".

Vemos que la definición de **Neper** se refiere a senos, mitad de cuerdas, pues él aspiraba esencialmente a un objetivo práctico: la de facilitar los cálculos trigonométricos, y más exactamente los cálculos astronómicos. La función logaritmo, que aquí es sin duda un anacronismo, pues fue **Leibniz** el que introdujo el término función, viene introducida por primera vez en la historia de las matemáticas, por medio de una ecuación diferencial. Llamando R al radio del círculo, o seno total, x al seno estudiado e y a su logaritmo en el sentido de **Neper**, se tiene $y = 0$ para $x = R$, y se verifica que $dy = -(R/x)dx$. Esto nos da la relación entre los primeros logaritmos de **Neper** (el término actual logaritmo neperiano, fue introducida por **Lacroix**): $y = R.\ln(R/x)$.

Si bien la idea misma de logaritmo no pueda atribuirse a **Neper**, la idea genial de introducirla por medio del movimiento, y aquella definición diferencial, sí se deben a él, y le convierten en unos de los matemáticos más profundos de la época. **Neper** construyó la tabla de logaritmo, objetivo que perseguía, usando $R = 10^7$, y con interpolaciones muy ingeniosas, pero tenía algunas dificultades en los cálculos prácticos. Aquí entra en juego un magnífico calculista y matemático, **Briggs,** que tras aconsejarse con el propio **Neper**, calculó otra tabla de logaritmo donde el logaritmo de la unidad era 0 y el de 10 era 1. Así, realizó el cálculo de los logaritmos decimales llamados "vulgares", para los 31000 primeros números y con 14 decimales, en el libro, sin duda el más vendido y esperado de la época, "Mirifici logarithmorum canonis descritio", 1614. Hasta 1631 se imprimieron gran cantidad de obras de ese tipo, y destaca la realizada por **Bürgi**, impresa en Praga en 1620 pero calculada en 1603 -11, por tanto independientemente de **Neper**, donde se tiene presente la tabla de antilogaritmos. También destacamos las de **John Speidell, Kepler, Briggs, Edmund Gunter** (inventor de la regla de cálculo), **Vlacq ,** y **Denis Henrion.**

EL ANÁLISIS COMBINATORIO Y LAS PROBABILIDADES

Entre las aportaciones del siglo también hay que destacar el análisis combinatorio, y de nuevo a **Fermat**, que dio la formula en 1636, de los números figurados, lo que ahora llamamos los números combinatorios, a saber: $C_{np}=n(n-1)\ ...\ (n-p+1)/p!$. La demostración, por inducción completa se debe a **Pascal**. Por cierto que la técnica de demostración por inducción completa, era explotada por **Arquímedes**, **Maurolico**, **Bachet**, pero alcanzó su clímax con **Jacques Bernouilli**. También se encontraba en el ambiente los problemas sobre "cuadrados mágicos", donde también destacó **Fermat**, y **Frénicle de Bessy**, (1605-1675), el cual también influyó en la teoría de números. En el cálculo de probabilidades, en el cual ya se citó a **Pacioli, Cardano, Galileo**, nació verdaderamente en el curso de una correspondencia entre **Pascal** y **Fermat**. Los métodos del maestro **Fermat**, eran sin dudas superiores a los de su émulo **Pascal**, mas no por ello deja en entredicho la obra y la aportación de **Pascal**. Puesto en conocimiento de la correspondencia **Huygens,** se interesó por el tema y publicó, en 1657, el primer tratado de cálculo de probabilidades, "De ratiociniis in ludo aleae ".

LA CREACION DEL CALCULO INFINITESIMAL

Debemos resumir lo que el siglo XVII nos ha aportado, a saber: el análisis especioso de **Vietta**, del que salieron como por arte de magia, la teoría de las ecuaciones algebraicas y la Geometría analítica, los logaritmos y la teoría de números, pero queda la obra más impresionante, el análisis infinitesimal, con sus dos ramas, en principio distintas -el cálculo diferencial y el cálculo integral- que no hallarán su estrecho lazo ni sus mismas denominaciones hasta la llegada de los monstruos**: Leibniz** y **Newton.**

LOS MÁXIMOS, LAS TANGENTES

De nuevo nos encontramos con **Fermat**, hacia 1630, se encontró en posesión de una regla para la determinación de los puntos extremos de las funciones algebraicas. Ya **Kepler** en su "Stereometria doliorum": afirmó que en la proximidad de un máximo o un mínimo de cierta magnitud, se obtienen variaciones insensibles. Fermat aplica un método basado en las tangentes, buscando aquellas que se comportan en los extremos como una línea horizontal, es decir de pendiente nula. **Descartes**, en cambio, basó su estudio en las rectas normales a la curva, tal vez, por su gran afición a la óptica. Tenemos que decir dos cosas, primero que de nuevo los métodos de **Fermat** son superiores a los de **Descartes**, y segundo, que Descartes en su estudio de las normales le llevó a la creación de los óvalos, las primeras curvas definidas paramétricamente.

Mientras que **Descartes** y **Fermat** trataron el problema de la tangente por medios algebraicos, **Roberval**, utilizó un procedimiento cinemático, para ello consideró la dirección del vector velocidad, dirección que obtuvo por la descomposición del movimiento del móvil sobre la curva trayectoria, en otros dos. Sin embargo sólo trató el tema de un modo puramente geométrico y se quedó a un paso de lo que hoy conocemos por expresiones paramétricas de x' e y´. **Torricelli**, tuvo ideas próximas a la de **Roberval**, y que luego inspiraron a **Barrow** en sus Lectiones geometricae del año 1670. Nos encontramos pues a las puertas de **Leibniz**.

LOS INDIVISIBLES

Los orígenes del cálculo integral los encontramos en **Arquímedes**, y la verdad es que en Occidente muy poca gente se interesó por su obra; sólo en el siglo XVI nos encontramos a alguien que comprendió las ideas de **Arquímedes.** Nos referimos a **Lucas Valerio**, que publicó sus investigaciones sobre centros de gravedad. Continuaron la obra otros autores entre los que destaca, **Cavalieri**, con su célebre libro, "Geometría de los indivisibles", también **Kepler** propuso trabajos en el mismo sentido, y **Gregorio de Saint-Vincent;** al pobre se le quemaron sus papeles en el incendio de Praga, y su "Opus geometricum quadrature circuli et sectionum coni", no apareció hasta 1647, tarde y mal, por la desgraciada "demostración" de la cuadratura del círculo, que tanto empañó su trabajo. **Guldin** (1577-1643) jesuita austríaco, debe su celebridad gracias a sus teoremas sobre volúmenes y áreas de los cuerpos de revolución en relación con los centros de gravedad de placas y curvas planas, aunque estos resultados se encontraban ya en **Pappo**.

Hay algo en común en todos estos autores: ellos creían que estaban innovando, creando y superando a **Arquímedes**, (no lo hicieron, por el momento), y para colmo se achacaban de plagio unos a otros. Pero ... comienzan a aflorar nuevos resultados, como por ejemplo, en notación moderna: $\int_0^a x^m \, dx = (m+1)^{-1} a^{m+1}$, que se estableció para m, 1 y 2, casos que Arquímedes ya tenía, y posteriormente, para 3 y 4, por parte de **Cavalieri**. Y a partir de aquí, por parte de **Torricelli**, **Wallis**, **Fermat** se extenderían sucesivamente para todo valor entero positivo así como los racionales positivos y negativos, menos uno, que se resistía, el caso de la cuadratura de la hipérbola de **Apolonio**, es decir, el caso, $m = -1$. **Saint-Vincent**, fue el primero en relacionar este caso con la nueva teoría de los logaritmos, suposición que resultó correcta, lo que iba a poner de manifiesto su discípulo **Sarasa.** Estos éxitos lograron que la nueva teoría de los indivisibles se atreviera con otro tipo de problema, la rectificación de arcos y un nuevo "instrumento": las cuadratrices de **Roberval.** Instrumento que pone de manifiesto la relación de la determinación de las tangentes y las áreas, con lo cual se demuestra la gran superioridad de las ideas de los indivisibles de **Roberval** sobre las de **Cavalieri**. **Torricelli**, se aprovechó y contribuyó a su desarrollo, y fue el gran instrumento de integración antes de los descubrimientos de **Newton** y **Leibniz**. **James Gregory**, con su uso pudo obtener el descubrimiento de la serie:

$$1 - 1/3 + 1/5 - \ldots = \pi / 4 .$$

EL PROBLEMA INVERSO DE LAS TANGENTES

El problema de determinar las curvas por sus propiedades tangenciales, ocupó buen tiempo para sus trabajos sobre óptica a nuestro amigo **Kepler.** El quería encontrar la llamada "anaclástica", la curva tal que los rayos paralelos que se refractaran en ella converjan en un mismo punto; halló el sentido de su concavidad y mostró que admitía una asíntota, más no pudo concluir que fuese la hipérbola de **Apolonio**. **Fermat** con el mismo espíritu, intentó determinar el centro de gravedad de parábolas y paraboloides de revolución, con resultados similares. **Roberval** viene a poner el dedo en la llaga, pues vio la relación del problema del cálculo del área y de la determinación de la tangente.

WALLIS Y LAS SERIES CONVERGENTES

En cuanto a cálculo numérico, se tardará en encontrar otra mente tan rápida como la de **John Wallis**. Fue el primero que probó que las razones racionales dan origen a fracciones periódicas y las irracionales, a fracciones no periódicas. Dio su célebre desarrollo en producto infinito de $4/\pi$. Pero si hay que agradecerle algo, éste algo, es el de las series convergentes, término que viene del mundo de la óptica y se lo dio **James Gregory**, que era óptico. Autores que se vieron implicados en el asunto, a parte de los citados, podemos enunciar a **Mengoli**, profesor de Bolonia, a **Nicolás Mercator (Kauffman)**, el cual fue el primero en desarrollar en serie geométrica $1/(1+x)$, y después integrarla término a término, por los métodos de Wallis.

Tanto éxito tuvo el método que los grandes de la época lo desarrollaron al máximo nivel, estamos ya en el plano de **Newton** y **Leibniz**. **Newton**, no sólo desarrolló en serie todas las potencias de los binomios del tipo $(1+x)$,
Que, por cierto, llevan su nombre, sino que además logró el desarrollo de funciones como, el arco seno, seno, coseno, etc, ...Ya se está oliendo el cálculo infinitesimal clásico**.** Tenemos que darnos antes una vuelta por los Países Bajos, concretamente por los estudios de uno de los genios de la humanidad, **Huygens** (1629-1695), que se propuso, entre otras innumerables cosas, adaptar el péndulo al ajuste de relojes, y se encontró de golpe con lo que más tarde llamaremos funciones elípticas, y concretamente a la integral: $\int_0^h (z(h-z))^{-½} dz$; la cual traduce el isocronismo perfecto. ¿Cuál sería entonces la trayectoria que suministraría rigurosamente esa integración? . La respuesta estaba en lo que se llamó el desafío de **Pascal** sobre la "roulette", curva que da inmediatamente la solución, **la cicloide**. Tal vez la curva más estudiada del siglo XVII. Bueno, ya tenemos a **Huygens** con su curva isócrona, pero ahora necesitaba hallar la forma de las plaquitas que regulan la longitud del hilo para que la masa del péndulo simple describiera efectivamente la cicloide. Se vio llevado al estudio de las **evolutas y desarrolladas**, teoría fundada por él y llevada hasta las últimas consecuencias. Determinó las evolutas de las cónicas, mostró que la evoluta de una curva geométrica es a su vez geométrica y rectificable algebraicamente, y que la de la cicloide es una cicloide igual.

NEWTON
Dos hombres, **Newton** y **Leibniz**, cargando con toda la herencia del siglo, van a hacer su síntesis y a obtener de ella cálculos nuevos y poderosos. **Newton** fue alumno de su amigo y predecesor en su cátedra Lucasiana de Cambridge, de **Barrow** (1630-1677), este fue un hombre de gran cultura clásica, dando excelentes compendios de los matemáticos griegos, y en su "Lectiones geometricae" puso de manifiesto la relación existente entre el problema inverso de las tangentes y las cuadraturas. Todo pasó a **Newton**, tanto el saber clásico como el de sus contemporáneos. Emulo de Descartes, en su " Arithmetica universalis ", donde desarrolla las técnicas de la Geometría analítica, y en su obra fundamental, **"Principia"**, es desde el punto de vista de la Matemática pura, un tesoro, resumen de todo el saber de la geometría del siglo y de la Antigüedad. Hacia 1665, Newton tuvo las primeras ideas de su cálculo de fluxiones y descubrió su desarrollo del binomio. Podemos leer en el Principia ... "..... si x es la magnitud estudiada, es decir, la fluyente, su fluxión se representará por x*.....", (ésta x*, es la derivada nuestra). Las ideas de **Newton**, no estaban tan lejos de las de **Leibniz**. Y observamos hoy en día en sus métodos, a un precursor del cálculo vectorial y de la Geometría infinitesimal.

LEIBNITZ
En la medida en que se pueda decir que **Leibniz** fuera discípulo de alguien lo fue ante todo de **Huygens**, pero también de **Saint-Vincent**, **Descartes**,

Sluse, Gregory, Barrow. Salvo de **Fermat**, lo cual es curioso, pues **Leibniz** se halla impregnado de las ideas de **Fermat**, tanto como las de **Descartes** o **Galileo**. Sea como fuere, lo que está claro es que **Leibniz** obtuvo claramente los principios del cálculo diferencial, creando una notación excelente que aún perdura. Uno de los méritos mayores de **Leibniz** fue el desarrollo de la idea de función, junto con **Jean Bernouilli**. Ya desde el comienzo de sus investigaciones, identificó el problema inverso de las tangentes con la cuadratura o integración. Decía .... "el problema de las tangentes nos conduce a observar el triángulo característico cuyos tres lados eran diferencias: dx de la abscisa, diferencia dy de la ordenada, diferencia ds del arco. El problema inverso consistirá, pues, en pasar de las diferencias a las mismas funciones. Mas la operación inversa de la diferencia es las suma ...". Ahora bien, la sumación, cálculo sumatorio, o como lo bautizó **Jacques Bernouilli**, "cálculo integral", es el método de los indivisibles de las generaciones anteriores, es el cálculo de las áreas y volúmenes. Para **Leibniz** la diferenciación aparece como la operación primordial, la más simple y siempre posible, mientras que la integración no lo es siempre. Así, de una tabla de diferenciales tendremos una tabla de integrales, por simple lectura directa. Paradójicamente, la notación que prevaleció fue la propuesta por **Leibniz,** $\int f(x)dx$, que tanto recuerda la sumación directa de una infinidad de infinitamente pequeños.

Con estos dos últimos genios aparece la guerra del cálculo infinitesimal que se desarrollará entre los seguidores de Newton en Inglaterra y los seguidores de Leibniz en el continente. Los primeros usaron el cálculo integral para la solución de problemas físicos, matemáticos y astronómicos; los segundos darán una gran extensión al problema inverso de las tangentes, y obtendrán de él la resolución de las ecuaciones diferenciales.

"Se respira en el mundo un nuevo siglo: "**EL SIGLO XVIII, EL SIGLO DE LAS LUCES**".