

## ¿QUE PASA DENTRO DE UN AGUJERO NEGRO?

Enrique Cantera del Río

### **Introducción**

La idea de agujero negro nace en el siglo XVIII cuando el geólogo John Michell propone la existencia de objetos astronómicos de una masa tal que la correspondiente velocidad de escape derivada de la teoría de Newton de la gravedad es superior a la de la luz; lo que en la visión de la luz como partículas significa que estos objetos son totalmente oscuros y solamente pueden ser detectados por interacción gravitatoria con otros objetos que si emitan luz. La falta de evidencia astronómica dejó la idea en el olvido hasta que el desarrollo de la relatividad la puso en escena, pero con un aspecto muy diferente. La primera solución completa de las ecuaciones de Einstein para el caso de la gravedad producida en el vacío por un objeto central estable, en reposo y con simetría esférica se debe a Schwarzschild:

$$ds^2 = (rd\phi)^2 + (r \operatorname{sen}(\phi) d\theta)^2 + \frac{(dr)^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} - c^2 (dt)^2 \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)$$

La forma matemática de la métrica evidencia que si el objeto central tiene un tamaño  $r < 2GM/c^2$  la solución en el vacío deja de funcionar en  $r = 2GM/c^2$ . En este momento se pensaba que la naturaleza pondría en juego otras fuerzas para evitar la existencia de objetos del tamaño señalado antes. Pero el estudio de la evolución de las estrellas, concebidas como hornos de fusión nuclear, muestran que son posibles casos en que este mecanismo de fusión no aporte suficiente presión a la materia de la estrella para evitar el colapso gravitatorio. En resumen, si la masa es suficientemente grande, no hay ninguna fuerza que pueda balancear la gravedad y toda la materia colapsa hacia un punto tan pequeño como queramos. En este punto es cuando se empieza a encontrar evidencia astronómica sobre los agujeros negros. El caso más espectacular es posiblemente el agujero negro en el centro de nuestra galaxia. El análisis de los datos astronómicos sobre trayectorias de las estrellas cercanas al centro de la galaxia evidencia la existencia de trayectorias elípticas con un foco común correspondiente a un objeto de una masa miles de millones de veces la masa del sol. En las coordenadas esperadas para este objeto no se detecta, habitualmente, ninguna emisión de radiación; es un objeto oscuro.

### El sistema de coordenadas de Schwarzschild

Tomemos como contexto un campo gravitatorio *estático* similar al terrestre y calificaremos como *gravitatorio* a un observador en reposo respecto del centro de “fuerza” del campo. Cuando este observador se encuentre a una distancia suficientemente alejada como para despreciar la influencia de la gravedad lo calificaremos como *en el infinito*. Imaginemos una línea coordenada en la dirección radial hecha de algún material resistente y que conecte a un observador gravitatorio con un observador en el infinito. El sistema de coordenadas de Schwarzschild se puede construir por medio de observadores en caída libre desde el infinito. El primer observador en caída libre posee una regla de 1 metro y un reloj que marca segundos. A medida que cae va marcando su escala en la línea coordenada de modo que la va segmentando y acumulando una medida completa de la línea en base a medidas locales. Cada segmento corresponde a un valor de la coordenada radial  $r$ . Los siguientes observadores en caída libre caen a razón de 1 por segundo desde el infinito. Existen “relojes esclavos” en reposo respecto de la línea radial de modo que cada observador en caída libre dispone de uno de estos relojes cercanos y dicho observador aumenta en 1 segundo la cuenta del reloj esclavo cada vez que el reloj propio del observador en caída libre aumenta la cuenta en 1 segundo. Estos relojes esclavos marcan la coordenada  $t$ .

El observador en caída libre puede construir una función  $t(r)$ , que relacione la coordenada  $r$  en que se encuentra con lo que marca su reloj propio.

En el trabajo *espacio, tiempo, materia y vacío*[1] se muestra como un sistema de coordenadas definido de esta forma deriva en la métrica de Schwarzschild una vez considerados los efectos relativistas sobre reglas y relojes. Para llegar al resultado se supone válida (como puede demostrarse) la fórmula Newtoniana de la velocidad *relativa* de caída del observador libre que parte del reposo en el infinito (velocidad de escape)

$$v = \frac{dr_l}{dt_l} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Las variables con subíndice  $l$  corresponden a la medida de la velocidad relativa en el sistema de coordenadas del observador libre. Vemos también que se predice una coordenada  $r$  en la que el observador en caída libre alcanza la velocidad de la luz  $v=c$  respecto al observador gravitatorio correspondiente. Pero esta coordenada corresponde al lugar en que hemos visto que la métrica de Schwarzschild deja de tener sentido.

A partir de la métrica de Schwarzschild y las ecuaciones de *Euler-Lagrange* se puede calcular[1] la energía de un cuerpo de masa  $m$  moviéndose libremente en un campo gravitatorio, resultado la

$$H = \frac{mc^3 \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)}{\sqrt{c^2 \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) - \frac{(r')^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}}}}$$

fórmula de la izquierda para el caso de un movimiento de caída en línea recta.  $H$  es una constante que corresponde a la energía mecánica y  $r' = dr/dt$ ; siendo  $r$  y  $t$  el radio y el tiempo coordenado. Por tanto despejando  $r'$  en la ecuación anterior e integrando podemos obtener la función  $t(r)$  de la que hemos hablado antes. Para el caso del observador

en caída libre que manejamos, en el infinito está en reposo y por tanto será  $H=mc^2$  lo que genera la ecuación

$$\frac{dr}{dt} = -c \sqrt{\frac{a}{r} \left(1 - \frac{a}{r}\right)}; \quad a = \frac{2GM}{c^2}$$

¿Qué pasa dentro de un agujero negro? Enrique Cantera del Río

Esta ecuación debe ser equivalente a la introducida para  $dr/dt$ . La integración de esta ecuación conduce a una función  $t(r)$  que toma un valor de tiempo infinito para  $r = 2GM/c^2$ ; algo que puede verse directamente en la ecuación anterior por que para este valor de  $r$  es  $dr/dt=0 \rightarrow dt/dr=\infty$ . Esto indica que el reloj propio del observador en caída libre debe marcar un tiempo infinito antes de entrar en el agujero negro y por tanto dicho observador no entra nunca en el interior del agujero negro. Si suponemos que el observador en caída libre solo puede ser atraído y nunca repelido por la gravedad en las cercanías del agujero negro, el comportamiento descrito antes no es el que esperaríamos. En el momento en que el observador en caída libre entra en el agujero negro, su reloj propio marcará un valor que no puede ser infinito.

En el mismo trabajo antes mencionado se calcula la frecuencia  $w$  de la luz que percibe un observador en caída libre, cayendo de espaldas y observando la luz procedente de una fuente muy alejada que llamaremos *foco A*:

$$w = \frac{w_\infty}{1 + \sqrt{\frac{2GM}{rc^2}}}$$

donde  $w_\infty$  es la frecuencia de la luz para un observador muy alejado. Vemos inmediatamente que existe un valor de frecuencia (y de velocidad) bien definido para cualquier valor de  $r$ . Pero resulta que el reloj propio del observador en caída libre, con el que supuestamente medirá la frecuencia  $w$ , marcará un valor infinito para  $r = 2GM/c^2$ . Esta situación es altamente incongruente y debemos encontrar alguna explicación.

Lo que esta situación indica es que no son posibles observadores en reposo en un entorno próximo al límite del agujero negro  $r \approx 2GM/c^2$ . Es decir, ya antes de llegar al citado límite debe existir algún problema físico intrínseco para los observadores en reposo. Tal vez hay algún indicio de esto en la fórmula anterior de la energía  $H$ . Imaginemos un observador en el infinito que tiene incorporado un sistema de propulsión. El observador se mueve hasta quedar en reposo en el borde del agujero negro. El sistema agujero negro-observador debe perder en el traslado una energía equivalente a la masa del observador; lo que en este caso equivale a la desaparición del observador. Si se utiliza una fuente de energía remota para posicionar al observador, como una especie de brazo mecánico, es posible que no pueda aportar energía lo suficientemente rápido y tarde un tiempo infinito en posicionar al observador. Por tanto es posible que esta situación suponga algún tipo de desestabilización intrínseca de la materia de modo que no sea posible hablar físicamente de un observador, es decir de algo capaz de captar información, en ciertos casos. Sería como la otra cara de la moneda de la interacción observador-objeto de la física cuántica, donde esta vez es el objeto quien altera al observador. Sin embargo no hay problema en principio para la existencia de observadores móviles. Así para el observador en caída libre que utilizamos (en reposo en el infinito) el resultado para la frecuencia  $w$  alienta la idea de una descripción de la luz en el interior del agujero negro. Para que esto tenga sentido debe haber alguna forma en que este observador en caída libre determine la *coordenada r* en el interior del agujero negro; ya que en esta zona no se puede mantener una línea coordenada material en reposo. Es posible que la *métrica* de Schwarzschild deje de tener sentido físico en el interior del agujero negro, pero el *sistema de coordenadas* de Schwarzschild aún puede tenerlo. Una alternativa es que el observador conozca la función  $t(r)$  ya utilizada anteriormente, de modo que a partir del tiempo  $t$  que marca su cronómetro puede determinar la coordenada  $r$ . Desde luego, otra forma para calcular  $r$  sería medir la frecuencia de la luz procedente del foco lejano y utilizar  $w(r)$ ; y esto lo puede hacer dentro y fuera del agujero negro.

¿Qué pasa dentro de un agujero negro? Enrique Cantera del Río

Por otro lado, la definición de la métrica por medio de un observador en caída libre que va marcando su regla local sobre la línea coordenada radial puede tener una limitación si no pueden existir espacios simultáneos (reglas locales) más pequeños que la longitud de Planck. Esto supone que cuando el observador en caída libre llega al borde del agujero, parte de su regla local estará dentro del agujero y parte fuera de él. Pero en esta situación ya no se puede marcar la línea coordenada radial, puesto que dentro del agujero esta línea material no existe, ya que la materia no puede mantenerse allí en reposo. Por tanto se puede estimar el tiempo  $\Delta t$  de llegada del observador en caída libre al agujero negro como el tiempo de llegada desde la posición inicial  $r=R$  hasta la posición  $r=2GM/c^2+\delta$ , siendo  $\delta$  la *longitud de Planck*

$$a = \frac{2GM}{c^2}; \quad \delta = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}; \quad \frac{dr}{dt} = -c\sqrt{\frac{a}{r}\left(1-\frac{a}{r}\right)} \Rightarrow \Delta t = -\frac{1}{c} \int_R^{a+\delta} \frac{dr}{\left(1-\frac{a}{r}\right)\sqrt{\frac{a}{r}}} = -\frac{a}{3c} \left[ 2\sqrt{\frac{r}{a}}\left(3+\frac{r}{a}\right) + 3\ln\left(-\frac{\sqrt{\frac{r}{a}}-1}{\sqrt{\frac{r}{a}}+1}\right) \right] \Bigg|_R^{a+\delta}$$

$$(R \gg a; \delta \ll 1) \Rightarrow \Delta t \approx \frac{a}{3c} \left[ 2\left(\frac{R}{a}\right)^{3/2} + 3\ln\left(\frac{4a}{\delta}\right) - 8 \right]$$

### En el interior del agujero negro

Para el sistema de coordenadas  $(r,t)$  en el interior del agujero negro no existe un observador individual en reposo que pueda medir incrementos  $\Delta r$ ,  $\Delta t$ . En este sentido, podemos hablar de un *sistema de coordenadas no-local*.

Imaginemos ahora que nuestro observador en el interior del agujero negro dispone de un espejo con el que puede reflejar de vuelta la luz procedente del foco A. Según el resultado para  $w$  y el funcionamiento habitual de un espejo podemos pensar que es posible que la luz reflejada salga del agujero negro. Sin embargo el punto de coordenada  $r = 2GM/c^2$  correspondiente al límite del agujero negro se estaría moviendo, respecto al observador en caída libre, con una velocidad igual o superior a la velocidad de la luz en esta línea coordenada  $r$  ampliada que hemos definido en el interior del agujero negro. Por tanto, en este supuesto, la luz reflejada desde el interior no puede salir, ya que su movimiento no le permite alcanzar el límite señalado; y tenemos así un agujero negro del que la luz no puede escapar. Note el lector que utilizamos un concepto *no-local* de velocidad. La velocidad de un punto interior del agujero respecto de uno exterior en reposo no es reducible al límite clásico de la velocidad instantánea. Un ejemplo de movimiento no-local es el caso de la expansión métrica del espacio (expansión del universo). En el caso del agujero negro el espacio interior cae hacia el centro del agujero negro.

El lector se preguntará cómo es posible alcanzar y superar la velocidad de la luz si, según la relatividad especial, esto requeriría una transferencia de energía infinita para objetos con masa en reposo no nula. Para responder a esto recordemos que no puede haber un observador en reposo justo en el borde del agujero negro, por lo que en realidad no existe ningún observador que pueda decir que el observador en caída libre alcanza la velocidad de la luz al entrar en el agujero negro. La inexistencia de este observador en reposo en el borde del agujero negro es equivalente a la inexistencia de un observador para el que la luz en el vacío esté en reposo. Recordemos además que, según la relatividad general, la gravedad no es en realidad una fuerza y por tanto no se puede hablar de transferencia de energía de la misma forma a como lo hacemos en el caso de fuerzas electromagnéticas. La aceleración debida a la gravedad es una *aceleración relativa*, es decir, existe siempre un observador inercial para el que no existen ni aceleración gravitatoria ni transferencia de energía sobre un objeto dado que tenga *masa en reposo no nula*. Por tanto, en realidad no hay problema físico para que un objeto con masa en reposo no nula supere la velocidad de la luz si su

¿Qué pasa dentro de un agujero negro? Enrique Cantera del Río

aceleración es debida a la gravedad. Pero estos objetos moviéndose por encima de la velocidad de la luz o *taquiones*, parece que deben estar dentro de un agujero negro; de modo que taquiones y materia ordinaria quedan separados y no pueden interactuar directamente. Según la relatividad especial la energía y el impulso de un taquión tendrá la forma

$$E = \frac{imc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; \quad \bar{P} = \frac{im\bar{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; \quad v > c$$

Note el lector que la energía y el impulso continúan siendo valores reales, pero a costa de que la masa en reposo sea ahora un número imaginario puro ( $im$ ).

Si seguimos las predicciones de  $w(r)$  tenemos que para  $r=0$  la frecuencia de la luz se anula para el observador en caída libre. Esto supone una anulación completa de la energía asociada a la luz en  $r=0$ . De la relación  $E=Pc$  entre la energía y el impulso mecánico de la luz tenemos  $E=P=0$  y la luz desaparece completamente en  $r=0$ ; transformada supuestamente en energía/impulso del agujero negro. En cuanto a los taquiones, note el lector que las fuerzas gravitatorias de marea hacen que el impulso mecánico de un complejo material en caída libre tome preponderantemente la dirección radial (*espaguetización*) a medida que se acerca a  $r=0$ . En este punto la velocidad del taquión será infinita ( $v=\infty$ ) en el sistema de coordenadas "en reposo" ( $r,t$ ). Por tanto en este sistema de coordenadas los valores de energía cinética e impulso del taquión serán  $E=0$ ;  $P=mc$ . Pese a que en este sistema de coordenadas no puede existir ningún observador físico real, ya que no puede haber observadores en reposo en el interior del agujero negro; aún podemos transformar estos valores de energía/impulso al sistema de referencia local del observador en caída libre.

$$E_l = \frac{E}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{vP}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; \quad P_l = \frac{P}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{\frac{v}{c^2}E}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Aplicando las relaciones de transformación del vector energía-impulso entre sistemas inerciales en el límite de velocidad relativa infinita (fórmula izquierda,  $v \rightarrow \infty$ ) obtenemos para el observador en caída libre :  $E_l = imc^2$ ,  $P_l = 0$ . Es decir, *para el observador en caída libre en las proximidades de  $r=0$  toda energía cinética se reduce progresivamente hasta anularse*. La relevancia de la palabra toda está en que sabemos que la energía cinética es un ingrediente indispensable en la *estabilidad de la materia*:

- La estabilidad de un átomo depende de la existencia de una energía cinética del electrón alrededor del núcleo.
- La mayor parte de la energía de los quarks en el interior del protón es energía cinética.
- La estabilidad cuántica del electrón requiere considerar un movimiento intrínseco conocido como *zitterbewegung*.

Por tanto podemos pensar que la pérdida de la energía cinética interna conduce a la *inestabilidad de la materia en las proximidades de  $r=0$* . Por otro lado la energía en reposo imaginaria  $i\Delta E$  de un sistema material para el observador en caída libre se puede interpretar en electrodinámica cuántica como un *estado inestable* al que corresponde un tiempo de desintegración ( $\Delta t$ ) dado por la relación  $\Delta E \Delta t \approx h$ . [2]. En [1] se vio, en relación con la radiación de una carga acelerada, que el tiempo en la fórmula anterior tiene características no-locales. Dado que la luz tiene una energía en reposo nula será también estable dentro del agujero negro.

¿Qué pasa dentro de un agujero negro? Enrique Cantera del Río

Hemos visto que la radiación electromagnética (luz) y la energía cinética interna siguen un destino parecido al ser las dos absorbidas completamente por el agujero negro. Esto no es totalmente extraño ya que existe cierta equivalencia física entre radiación y energía cinética. Imaginemos un objeto en movimiento en nuestro sistema de coordenadas. Introducimos en este objeto cierta cantidad de carga eléctrica de modo que la modificación de masa sea despreciable; lo introducimos en un campo magnético (exclusivamente magnético) externo. Debido a la fuerza de Lorentz el objeto experimentará una fuerza normal a su trayectoria y debido a la aceleración de la carga empezará a emitir radiación electromagnética. La emisión de radiación se hace a costa de la energía cinética del objeto y finalizará cuando el objeto acabe en reposo en nuestro sistema de coordenadas. De este modo vemos que se puede transformar íntegramente energía cinética en radiación. Este fenómeno es análogo al conocido efecto Joule de la termodinámica que muestra la transformación íntegra de trabajo en calor.

Desde un punto de vista termodinámico hemos visto que la caída libre de un objeto en el agujero negro supone una disminución progresiva de su energía interna y su temperatura. La conservación de la energía exige un aumento de la energía interna del agujero negro. Parece evidente que esta interacción entre el agujero negro y los objetos que caen en su interior, sea como sea, no está asociada a la realización de un trabajo y que se trata de un proceso irreversible. Por tanto tiene todas las características de una interacción calórica en la que el espacio interno del agujero negro presenta las características de un objeto muy frío. La anulación completa de la energía cinética interna de un sistema macroscópico equivale a anular su temperatura; algo imposible según el tercer principio de la termodinámica. Estas consideraciones enlazan con el reciente campo de investigación sobre termodinámica de agujeros negros[3].

### Notas finales

Para evitar problemas con el 3º principio, debería haber algún fenómeno que impidiese a la materia, tal como la conocemos, llegar hasta  $r=0$ . En mi opinión el *vacío cuántico* puede corresponder con partículas desprovistas de energía cinética interna; aunque todavía con una *energía mínima de punto cero*[4]. En la creación de pares electrón/positrón a partir de radiación, esta radiación suministra a las partículas virtuales la energía cinética interna necesaria. Recordando conceptos de “*espacio, tiempo, materia y vacío*”[1], si la materia está en un estado de mínima energía en que no puede emitir radiación ni absorberla si no corresponde a la energía en reposo de las partículas correspondientes; entonces la materia está, *exclusivamente*, en el *dominio cinemático cuántico* en las cercanías de  $r=0$ .

Hemos introducido el escenario en el que un observador en caída libre observa la luz de un foco A muy alejado. Imaginemos que este foco es una estrella y que esta estrella explota en super-nova en el tiempo coordenado  $t_0$ ; el mismo instante en que el observador atraviesa el borde del agujero negro. ¿Puede conocer este observador lo que la ha pasado a la estrella? Si la luz sigue siendo el medio más rápido de comunicación en el interior del agujero negro, entonces la respuesta es no; puesto que el observador en caída libre dentro del agujero negro se está moviendo en todo momento con una velocidad igual o superior a la de la luz. Sin embargo en su camino es seguro que el observador en caída libre encontrará luz procedente de la estrella. Necesariamente esta luz corresponde a eventos anteriores al instante  $t_0$ . Esta luz nunca le podrá informar de lo que le pasó a la estrella en  $t_0$ ; en cambio su observación será como una película invertida en el tiempo de los sucesos en la estrella anteriores a un instante dado. Si fuese el caso que un cometa chocó contra la estrella se vería como el cometa se separa de la estrella contra el comportamiento normal de la gravedad. De esta forma el observador en caída libre puede determinar físicamente que está en el

¿Qué pasa dentro de un agujero negro? Enrique Cantera del Río

interior de un agujero negro; no por experiencias locales, sino por el comportamiento de objetos distantes.

El conocido argumento del hueco de Einstein presenta una relación intrínseca espacio-tiempo-materia, de modo que sin la existencia de referentes materiales (masas, campos...) no se puede hablar de espacio-tiempo. Algunos autores indican que en el interior del agujero negro el espacio-tiempo cae como una cascada hacia el centro del agujero negro. Si pensamos en el espacio-tiempo como en la materia, esto supondría el crecimiento constante del agujero negro y la eliminación del espacio-tiempo. Y esta eliminación sería bastante rápida ya que el espacio se mueve por encima de la velocidad de la luz. Por tanto, si esto no ocurre, debemos pensar en la existencia de otro proceso compensatorio de creación de espacio-tiempo-materia que mantenga unas dimensiones constantes para el agujero negro. Un balance de tendencias sería deseable de cara a justificar el equilibrio termodinámico de un agujero negro.

Referencias:

[1] Espacio, tiempo, materia y vacío – en esta misma web.

Introducción a la mecánica analítica – en esta misma web.

[2] Taquiones <http://es.wikipedia.org/wiki/Taquión>

[http://en.wikipedia.org/wiki/Tachyonic\\_field](http://en.wikipedia.org/wiki/Tachyonic_field)

[3] Termodinámica de agujeros negros [http://en.wikipedia.org/wiki/Black\\_hole\\_thermodynamics](http://en.wikipedia.org/wiki/Black_hole_thermodynamics)

[4] Vacío cuántico y energía de punto cero <http://www.calphysics.org/zpe.html>