

PLANCK Y LA CATÁSTROFE DEL ULTRAVIOLETA

Arias Ávila Nelson

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Bogotá - Colombia

nelsona@udistrital.edu.co

RESUMEN

A pesar de la publicación en español de algunos trabajos (Kuhn y otros), que muestran el verdadero papel de Rayleigh y Jeans en la teoría de la radiación térmica de Planck, varios autores y profesores continúan propagando la supuesta correlación entre la denominada ley de Rayleigh-Jeans, lo que dio en llamarse la “catástrofe del ultravioleta” y los resultados obtenidos por Planck en 1900 sobre la radiación del cuerpo negro. El presente trabajo analiza de manera conceptual y cronológica el problema expuesto.

ABSTRACT

Even though some of the published works in Spanish language (Kuhn and others) demonstrate the true role of Rayleigh and Jeans in the Planck's theory of thermal radiation, many authors and teachers continue to propagate the supposed correlation between the denominated law of Rayleigh-Jeans, which is so called "Ultraviolet catastrophe" and also the results obtained by Planck in 1900 regarding the radiation of the black body. This paper covers some basic aspects of the problem exposed in a conceptual and chronological way.

Introducción

Con el deseo de “ubicar en la época” al estudiante, varios textos y profesores suelen empezar sus temas con una introducción histórica, que algunas veces se trata de una historia reconstruida, sin recurrir a los trabajos originales, que no muestra ni conceptual ni cronológicamente cómo se desarrollaron los acontecimientos y que más bien procura ser una explicación “lógica” y “racionalizada” de los resultados obtenidos. Tal es el caso, ocurrido con ciertos autores, en la llamada “catástrofe del ultravioleta”, a pesar de la publicación de algunos trabajos que aclaran los hechos¹.

El papel de la ciencia ha variado en las diferentes etapas del desarrollo humano de acuerdo a las relaciones que ha tenido con los medios productivos, el ámbito cultural, el nivel de la técnica entre otros. Es por eso que un verdadero análisis histórico del desarrollo de la física puede contribuir positivamente a que el estudiante comprenda los procesos de formalización y abstracción permanentes en la física y las formas y razones concretas que condujeron a diversas hipótesis y teorías; esto es particularmente cierto cuando se trata de la mecánica cuántica como lo muestran algunos estudios².

El presente trabajo, luego de resumir brevemente los principales desarrollos en el estudio de la radiación térmica, se concreta al análisis conceptual y cronológico del papel en la ecuación de Rayleigh-Jeans en la teoría de la radiación de Planck.

Antecedentes

A finales del siglo XIX primaba en la física un enfoque mecanicista que en cierta medida limitaba a la ciencia en la solución de los problemas técnicos de la revolución industrial de aquel entonces, que requería resultados eficaces y concretos, así no coincidiesen demasiado con los modelos científicos dominantes. Una de las soluciones adoptadas consistió en reemplazar el enfoque mecanicista por uno termodinámico, que implicaba modelos más generales y cálculos y procedimientos, en principio, menos complicados. Estos modelos y métodos termodinámicos que se habían empleado con cierto éxito en el análisis de las propiedades de las sustancias comenzaron a aplicarse al estudio de la radiación térmica, complementándose con elementos de la aún incipiente mecánica estadística.

Podemos considerar que un primer resultado importante de este proceso fue la serie de trabajos de Kirchhoff, quien estudiando las entonces misteriosas líneas de Fraunhofer y convencido de la validez universal del segundo principio de la termodinámica obtuvo su hoy conocida ley y función de distribución $f(\lambda, T)$ para el cuerpo negro, anotando además la posibilidad de construcción de un modelo de dicho cuerpo, lo cual fue hecho posteriormente por Lummer y Pringsheim.

El siguiente paso en este breve resumen podemos atribuirlo a Stefan quien analizando y complementando los trabajos de Dulong y Petit, quienes habían medido el enfriamiento de cuerpos en el vacío, mostró que una buena correlación con los resultados experimentales se obtenía para un amplio intervalo de temperaturas, si se consideraba que la radiación era proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta. Stefan encontró la ley que muestra la emisión integral del cuerpo negro, lo cual da criterios definidos para la función de Kirchhoff.

La explicación e interpretación de la ley de Stefan estuvo a cargo de Boltzmann, quien en particular se interesó en estudiar en qué medida esta ley se enmarcaba dentro de los principios termodinámicos. Para entonces la naturaleza electromagnética de la radiación térmica era compartida por la mayoría de los físicos, por eso las principales propiedades de la luz visible debían ser válidas para la radiación térmica, en particular lo relacionado con la presión luminosa, la cual podía explicarse con la teoría de Maxwell. Los trabajos sobre este tema, realizados por Bartoli, sirvieron a Boltzmann de base para establecer una relación directa entre la termodinámica y la radiación térmica y bajo esta premisa analizó la ley encontrada por Stefan. Es de anotar que Boltzmann quien había desarrollado métodos y concepciones estadísticas para sistemas de gran cantidad de moléculas, no los aplicó en este caso a pesar de que se trataba de sistemas compuestos de una inmensa cantidad de “resonadores” que emitían ondas electromagnéticas. Este camino fue seguido más tarde por Planck.

En 1884 Boltzmann publica un pequeño trabajo, donde empleando el segundo principio y la teoría electromagnética de la luz de Maxwell, da una fundamentación teórica a la ley obtenida por Stefan, por lo cual se conoce como ley de Stefan-Boltzmann.

Sin embargo, continuaba sin ser resuelta de manera analítica la forma de la función de Kirchhoff y sin esto era imposible encontrar la distribución de energía en el espectro

del cuerpo negro. Langley había obtenido curvas experimentales que no fueron adecuadamente interpretadas a pesar de los esfuerzos de Mijelson y Weber. Wien, en 1893, publica uno de sus trabajos fundamentales donde plantea que los conceptos de entropía y temperatura pueden ser aplicados a la radiación térmica. Wien, al igual que Kirchhoff, empleó “experimentos mentales” para el estudio de la mencionada función de distribución, concibiendo un cilindro ideal cerrado por un émbolo, ambos perfectamente reflectores, de manera que cualquier distribución inicial de la energía se conservaría a menos que hubiera un desplazamiento del émbolo.

Pronto Wien comprendió que limitándose solamente a concepciones fenomenológicas poco podría avanzar, e inicia la aplicación de métodos y conceptos estadísticos a sus trabajos sobre radiación térmica, considerando el cuerpo emisor como un gas encerrado por una envoltura reflectora ideal; la densidad de radiación entonces debería ser proporcional a la cantidad de moléculas emisoras, cuyas velocidades estarían determinadas por la función de distribución de Maxwell. Para hacer concordar los resultados antes obtenidos, a partir de la termodinámica y el efecto Doppler, con la distribución de energías en el espectro y presuponiendo una independencia estadística de las ondas electromagnéticas de la radiación que se encuentra en el cilindro, Wien establece cómo a medida que aumenta la temperatura ocurre un desplazamiento del máximo de la curva de distribución hacia las ondas cortas. Esta ley del desplazamiento de Wien, fue corroborada experimentalmente por Parchen, quien propuso además una forma para la función de distribución.

Wien, estimando además que las frecuencias (ν) de oscilación deben ser proporcionales al cuadrado de las velocidades de las moléculas, obtiene la conocida ley de distribución de la energía de acuerdo a las longitudes de onda (λ) en el espectro del cuerpo negro.

$$f(\lambda, T) = c\lambda^{-5}e^{-b/\lambda T} \quad (1)$$

donde c y b son constantes.

Esta ecuación fue nuevamente deducida por Planck, años más tarde, empleando una vía diferente y más compleja, obteniendo además la ecuación para la densidad de energía radiante³.

$$u(\nu, T) = 8\pi\nu^2c^{-3}U(\nu, T) \quad (2)$$

Resultados experimentales, obtenidos por Lummer y Pringsheim y separadamente por Rubens y Kurlbaum, mostraron que la ley de distribución de Wien coincidía solamente en la región de onda corta del espectro.

Catástrofe del ultravioleta

Un camino diferente al de Wien empleó Rayleigh en su análisis de la radiación del cuerpo negro. De una parte, basándose en su entonces conocida monografía “Teoría del Sonido”, donde analizaba el problema de las ondas estacionarias en un cubo, producto de la superposición de ondas que incidían y se reflejaban en sus paredes, y considerando que dependiendo de la naturaleza de la onda y la pared las condiciones

iniciales determinan si en las paredes se producirán nodos o antinodos, se planteó el problema de encontrar la cantidad de ondas que pueden hallarse en un volumen (V) determinado.

Empleando únicamente consideraciones de dimensión, supuso que la cantidad de ondas posibles en el intervalo de longitudes ($\lambda, \lambda+d\lambda$) debería ser proporcional a $V\lambda^{-4}d\lambda$, de donde pasando de la longitud de onda a la frecuencia obtuvo una expresión para la cantidad de ondas estacionarias en un determinado intervalo de frecuencias ($\nu, \nu+d\nu$).

$$8\pi\nu^2c^{-3} Vd\nu \quad (3)$$

Este es el mismo término que de forma más complicada encontró Planck⁴; dicho término multiplicado por la energía media (U) del oscilador, de frecuencia propia ν , nos permite obtener la energía total de las ondas en el intervalo definido.

La segunda idea de Rayleigh consiste en encontrar la energía media U de las oscilaciones por medio del método estadístico empleado por Boltzmann en su teoría de los gases, de acuerdo con esto la radiación en un determinado intervalo de frecuencias se considera como una especie de “gas de osciladores independientes”; en lugar de N moléculas de gas Rayleigh introduce una cantidad de osciladores proporcional (o igual) a la cantidad de ondas obtenidas en (3).

El empleo del teorema o ley de la equipartición de energía, que afirma que a cada grado de libertad en un sistema mecánico le corresponde la misma energía cinética, desde su aplicación en las teorías cinético-molecular y de capacidad calorífica había obtenido una amplia difusión, aunque no era compartido por todos los físicos de la época. Rayleigh consideraba que ésta era una ley universal que sólo requería de una mayor fundamentación teórica, y por lo tanto estimó que, análogamente al gas ideal la energía cinética buscada U era función de la temperatura e igual a kT , donde k es la constante de Boltzmann.

Basado en estas consideraciones Rayleigh publica en 1900 un pequeño artículo titulado “Comentarios sobre la ley de la radiación completa”⁵ donde, entendiendo por radiación completa la radiación del cuerpo negro ideal, critica la función obtenida por Wien (1), manifestando que desde un punto de vista teórico “no es más que una conjetura”, aunque reconoce algunas de las corroboraciones experimentales realizadas. Al final del trabajo y sin más consideraciones teóricas que las expresadas anteriormente, propone cambiar el término λ^{-5} de la ecuación (1) por un factor $T\lambda^{-4}$, con lo cual obtiene la siguiente distribución:

$$f(\lambda, T) = c T \lambda^{-4} e^{-b/\lambda T} \quad (4)$$

De tal forma que la mencionada ley de equipartición de energía entre los grados de libertad conduce a la función de distribución para el cuerpo negro, pero de una forma que se diferencia sustancialmente de la obtenida por Wien y por Planck.

Es claro que si colocamos la expresión $U = kT$ en la ecuación (2), obtenemos la hoy llamada ley de Rayleigh-Jeans:

$$U_{\nu} = 8\pi\nu^2 c^{-3} kT \quad (5)$$

Esta ecuación no es correcta, por cuanto al integrar por todas las frecuencias la densidad de energía de radiación se hace infinita; por eso Rayleigh limita su utilización solamente para regiones de altas temperaturas y de ondas largas.

Como lo plantea Rayleigh en su artículo mencionado, el no toma la ecuación anterior como válida y propone, en simbología de hoy, la siguiente relación:

$$U_{\nu} = 8\pi\nu^2 c^{-3} kT e^{-\alpha\nu/T} \quad (6)$$

donde α constante.

Esto no es correcto, pero no es absurdo, ya que no conduce a una densidad de energía infinita, es decir, no conduce a la llamada catástrofe del ultravioleta. La catástrofe del ultravioleta fue producto directo no de Rayleigh en 1900 sino de Jeans en 1905, quien revisando los cálculos de aquel, encontró un error en el valor de la constante de proporcionalidad y propuso como válida la ecuación (5) postulando como explicación al absurdo anotado que en la radiación térmica no se establece el equilibrio termodinámico.

La causa principal de esta equivocación radica en que la energía media se consideró no dependiente de la frecuencia. Al tiempo que de la concepción clásica corpuscular de la luz se obtenía una inexacta pero aplicable ecuación de Wien, la teoría ondulatoria conducía a un resultado imposible.

Conclusiones

Como se ve de lo expuesto, contrariamente a lo que piensan varios autores, la llamada catástrofe del ultravioleta, tanto conceptual como cronológicamente (surgió en 1905), no pudo jugar ningún papel en los análisis de la ley de radiación formulada por Planck a finales de 1900.

Referencias

1. T. Kuhn, *La Teoría del cuerpo negro y la discontinuidad cuántica, 1894 – 1912*, Alianza Editorial, Madrid, p. 21-37, 171-181, 1978.
2. A. Baracca, *Las raíces de la revolución científica del siglo XX y el desarrollo de la mecánica cuántica*, Comunicación previa, 31 p., 2000.
3. M. Planck, *The theory of Heat Radiation*, Dover Publications, Inc., New York, p. 49-86, 1991.
4. M. Planck, *Izbrannyye Trudy*, Nauka, Moskva, p. 191-251, 325-370, 1975.
5. H. Schöpf, *Ot Kirkhgofa do Planka*, Mir, Moskva, p. 164-166, 1981.

El autor agradece al Comité Organizador del III Taller Iberoamericano de Enseñanza de la Física Universitaria por la invitación y el apoyo recibido para participar en el evento.