

# Energía Oscura y Modelo de De Sitter

**Joaquín GONZÁLEZ ÁLVAREZ**

Tal como se formulaba en un principio la Teoría del Big Bang, quedaban varios aspectos por aclarar, por ejemplo era difícil de explicar la uniformidad que presentaba el universo pues la gran velocidad de expansión no la habría permitido. En 1981 el eminente físico teórico norteamericano Alan Guth, actualmente profesor-investigador en MIT, propuso una tesis según la cual un universo caliente en un estado intermedio podría en proceso inflacionario expandirse exponencialmente debido a la presencia de un campo de presión negativa o Energía Oscura, presente en el espacio produciendo una presión la cual causa una aceleración que crece exponencialmente a la que corresponde una fuerza gravitatoria repulsiva en vez de atractiva.

La formulación matemática de los hechos descritos se basa en el modelo Universo de De Sitter. Según este modelo la densidad de energía  $\rho$  (magnitud asimilable a la constante cosmológica), en el espacio intergaláctico ejerce una presión  $p$  que provoca la expansión del universo, dada por la ecuación de estado:

$$p = -\rho.c^2$$

Donde  $c$  velocidad de la luz y el signo menos se debe a que como dijimos la presión es negativa pues  $\rho$ , constante cosmológica, es negativa en nuestro caso.

La presión realiza un trabajo  $W=pV$  con lo que sustituyendo  $p$  por la expresión dada antes y  $V$  por la fórmula el volumen de la esfera de radio  $a$  (parámetro de expansión) según se supone en el Modelo de De Sitter que sea la forma de expansión del universo, se tiene:

$$W = -\frac{4}{3}\rho.c^2\pi a^3 \quad (1)$$

El trabajo se realiza en virtud de la energía  $U$  en el espacio intergaláctico  $U = \frac{4}{3}\rho.c^2\pi.a^3$

$$dU = 4\rho.c^2\pi a^2 da \quad (2)$$

En las igualdades anteriores advertimos que  $W=U$  y que los coeficientes numéricos para agilizar la escritura, no los volveré a incluir en las expresiones y razonamientos que voy a utilizar ya que por sus valores constantes no alterarán el carácter exponencial de las soluciones de las ecuaciones diferenciales que surgirán en mas adelante.

Me propongo mostrar que con el mismo procedimiento matemático que voy a utilizar en lo sucesivo el cual no he visto nunca emplear, puede evidenciarse teóricamente a la vez la expansión exponencial del universo y el crecimiento exponencial de la energía  $U$  del espacio intergaláctico. Para ello voy a simultanear las expresiones (1) y (2) de modo que me permitan introducir el parámetro de Hubble

$$H = \frac{da/dt}{a} = \frac{d}{dt}(Lna) \quad (3)$$

Dividiendo (2) entre (1) y recordando que  $W=U$  tenemos:

$$du/u=da/a$$

$$d(\ln U)=d(\ln a)$$

$$\ln U=\ln a$$

y como  $a=a(t)$  y  $U=U(t)$  por (3) tenemos

$$d/dt (\ln U)=d/dt(\ln a)=H$$

igualdad de la cual podemos obtener dos ecuaciones diferenciales, una de las cuales paso a tratar:

$$d(Lna) = Hdt$$

$$Lna = Ht.Lne + Lk_1$$

$$Lna = Lne^{Ht} + Lnk_1$$

$$Lna = Lnk_1e^{Ht}$$

$$a = k_1e^{Ht}$$

para  $t=0$  la constante nos da  $a_0$  con lo cual se tiene:

$$a = a_0.e^{Ht}$$

expresión muy conocida que nos muestra la expansión exponencial del universo de De Sitter.

La segunda ecuación diferencial:

$$d(\ln U) = Hdt$$

siguiendo el mismo procedimiento antes utilizado nos da como solución:

$$U = U_0 e^{Ht}$$

que evidencia el crecimiento exponencial de la energía del espacio intergaláctico, y cuya expresión matemática como me proponía mostrar, se ha obtenido a la vez, en el mismo proceso que se obtiene la de la expansión del universo.

Pudiera decir de forma un tanto reduccionista que la expansión del universo está codificada en la expresión (3) del parámetro de Hubble. Ya se ha mostrado como a partir de (3) que en si es una ecuación diferencial, se han podido deducir la expansión exponencial del universo y el incremento exponencial de la energía intergaláctica, y ahora me propongo mostrar que también pueden deducirse expresiones matemáticas de otras características del universo en expansión como lo son la relación velocidad-distancia y la aceleración exponencial de expansión, simbolizando con  $r$  la distancia, con  $v=dr/dt$  la velocidad y con  $a$  la aceleración.

Por (3):

$$v=Hr$$

que es la relación velocidad=distancia en la cual derivamos respecto al tiempo ambos miembros:

$$dv/dt=Hv$$

$$dv/v=Hdt$$

$$d(\ln v)=Hdt$$

integramos:

$$\ln v = Ht \cdot \ln e + Lk$$

$$v = k \cdot e^{Ht}$$

lo cual nos muestra el incremento exponencial de la velocidad de expansión del universo y nos permite llegar por derivación  $a$ :

$$a = kH \cdot e^{Ht}$$

mostrando la aceleración exponencial.

**Joaquín GONZÁLEZ ÁLVAREZ**  
[j.gonzalez.a@hotmail.com](mailto:j.gonzalez.a@hotmail.com)