

LA LEY DE HUBBLE EN LA RELATIVIDAD ESPECIAL

Hugo A. FERNÁNDEZ

INTRODUCCIÓN

En 1929 el astrónomo Edwin Hubble, utilizando datos de 46 galaxias, relacionó en cada caso el "corrimiento al rojo" de su espectro luminoso con la distancia de la galaxia, obteniendo una función lineal entre ambas variables. El corrimiento al rojo puede ser interpretado como un efecto debido a la velocidad de recesión o alejamiento de las galaxias, por lo cual concluyó que las galaxias se alejaban radialmente de nosotros, tanto más rápido cuanto más lejos estaban. Esta idea condujo al modelo de expansión del universo.

Esta formulación está basada en observaciones y cálculos complejos, particularmente en la determinación de las distancias, lo que dio lugar a discrepancias notables. Asimismo, al incorporar la ley a distintos modelos cosmológicos se encontró que su dependencia funcional no era necesariamente lineal, aceptándose actualmente que su linealidad es válida (con certeza) para galaxias cercanas.

Por otro lado, desarrollos teóricos (Friedmann, Robertson, Walker) mostraron que cualquier modelo sobre la estructura del universo que postule la **homogeneidad e isotropía espacial** (invariante en el tiempo) requiere que los objetos (galaxias) que lo componen se alejen de cualquier observador en una relación lineal entre la velocidad de alejamiento y la distancia, dando origen a la denominada **Ley de Velocidad y Distancia** (E. Harrison, 1993, "The redshift-distance and velocity-distance laws"), y esta relación lineal es válida para todo el espacio.

Si bien ambas leyes (Hubble y Velocidad-Distancia) son diferentes, el uso cotidiano y la difusión no especializada provocaron que se llame Ley de Hubble a la ley entre Velocidad y Distancia.

La ley de Hubble (estrictamente Velocidad y Distancia) puede expresarse $v = H_0 r$, siendo:

- v la velocidad de fuga
- r la distancia
- H_0 la constante de Hubble (70 Km/seg/Mpc)

Este descubrimiento más el hecho de observarse una distribución espacial uniforme de las galaxias provocaron una serie de consideraciones e interrogantes, entre los cuales, desde el punto de vista de la Relatividad Especial, pueden enumerarse los siguientes:

1. Nuestro universo observable sería finito, tiene simetría esférica y su radio máximo actual podría ser calculado si asumimos que la velocidad límite de las galaxias es la de la luz.

2. El universo en expansión habría tenido un inicio (Big Bang). La edad mínima del universo podría ser calculada con la velocidad máxima de fuga detectada.
3. Si el universo es finito resulta muy poco probable que estemos ubicados en su centro por casualidad.

Los dos primeros puntos son especulaciones compatibles con la Teoría de Relatividad Especial y no tienen dificultad en su tratamiento.

El tercer punto resulta más complejo pues requiere un análisis de la validez de la ley de Hubble (consistencia relativista), con las transformadas de Lorentz. Debemos verificar si la expansión del universo cumple con el Principio de Relatividad.

Estos y otros aspectos vinculados fueron abordados casi con exclusividad utilizando la Teoría General de Relatividad con modificaciones, en un intento de elaborar una teoría cosmológica consistente. Extrañamente no hay muchos desarrollos o investigaciones sobre estos temas en el marco de la Relatividad Especial. Esta asimetría en el estudio del universo no resulta un hecho menor pues la concepción del espacio y el tiempo en ambas teorías resulta absolutamente diferente.

En la Teoría General la materia, el espacio y el tiempo están indisolublemente ligados y en este marco teórico la Relatividad Especial es inaplicable en presencia de masas.

En la Especial el espacio y el tiempo resultan independientes de la materia, y el campo gravitatorio, cuyas ecuaciones desconocemos, es tratado en la misma categoría que el electromagnético o el nuclear.

El presente trabajo es un estudio relativo de la configuración dinámica del universo vista por dos observadores inerciales en movimiento relativo, y sobre la consistencia de la Ley de Hubble.

DESARROLLO

La configuración dinámica de muchos cuerpos está determinada por la posición y la velocidad de los objetos, medidas en un instante cualquiera (**simultáneamente**). Sean dos observadores inerciales O y O' con velocidad relativa V . El observador O mide la configuración en el instante $t=0$, obteniendo la relación

$$\mathbf{v} = H_0 \mathbf{r} \text{ (Ley de Hubble)}$$

Siendo \mathbf{v} la velocidad de una galaxia ubicada en \mathbf{r} .

Las líneas de corriente del campo de velocidades son rectas que se cortan en el origen de O .

Esta relación vectorial es válida para todos los cuerpos (galaxias), dando lugar a las siguientes ecuaciones escalares:

$$v_x = H_0 x \quad v_y = H_0 y \quad v_z = H_0 z$$

En consecuencia se cumple:

$$\frac{y}{x} = \frac{v_y}{v_x} \quad \frac{y}{z} = \frac{v_y}{v_z} \quad \frac{z}{x} = \frac{v_z}{v_x}$$

Con las Transformadas de Lorentz para $t=0$ obtenemos las coordenadas (x',y',z',t') que no corresponden a la configuración que observa O' debido a que no son las posiciones simultáneas para dicho observador.

$$x' = \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \frac{-\frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Para determinar la configuración que vería O' en el instante $t'=0$ se deben corregir las coordenadas espaciales pues puede verse claramente que la posición (x',y',z') de un objeto está dada para $t' \neq 0$, dependiendo de la coordenada x , excepto en el origen. Ello se debe a que la simultaneidad no es absoluta.

La corrección necesaria de la posición es simple de calcular si consideramos que las galaxias se mueven con velocidad constante.

Para ello debemos calcular las velocidades que poseen en el sistema primado y con ello calcular el espacio recorrido hasta que $t'=0$. Las siguientes relaciones vinculan las componentes de la velocidad de un objeto medidas en los sistemas O' y O .

$$\begin{aligned} v'_{x'} &= \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}} & v_x &= \frac{v'_{x'} + V}{1 + \frac{v'_{x'} V}{c^2}} \\ v'_{y'} &= \frac{v_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_x V}{c^2}} & v_y &= \frac{v'_{y'} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_{x'} V}{c^2}} \\ v'_{z'} &= \frac{v_z \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_x V}{c^2}} & v_z &= \frac{v'_{z'} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_{x'} V}{c^2}} \end{aligned}$$

Por simetría las coordenadas transversales (y,z) tendrán el mismo comportamiento respecto de x , por lo cual bastará con analizar la coordenada "y" corregida. Las posiciones corregidas son:

$$x'_{t=0} = \frac{x_{t=0}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + v'_x \frac{\frac{V}{c^2} x_{t=0}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = x_{t=0} \left[\frac{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \right] = x_{t=0} \frac{v'_y}{v_y}$$

$$y'_{t=0} = y_{t=0} + v'_y \frac{\frac{V}{c^2} x_{t=0}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = y_{t=0} + v'_y \frac{\frac{V}{c^2} \left(y_{t=0} \frac{v_x}{v_y} \right)}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = y_{t=0} \frac{v'_y}{v_y \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

El subíndice de las coordenadas espaciales está indicando el instante en que esa coordenada es medida. Estas relaciones obtenidas son válidas para $t=t'=0$, y deben interpretarse como la posición de un mismo objeto medida por dos observadores inerciales.

Si ahora relacionamos \mathbf{x} e \mathbf{y} con la ley de Hubble, obtenemos:

$$x'_{t=0} = \frac{v_x}{H_0} \frac{v'_y}{v_y} = \frac{v'_x + V}{H_0 \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

$$y'_{t=0} = \frac{v'_y}{H_0 \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Haciendo un corrimiento de origen en el sistema O' , dado por:

$$x' - \frac{V}{H_0 \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = X'$$

obtenemos la misma forma de la Ley de Hubble:

$$\vec{v}' = \left(H_0 \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \right) \times \vec{r}' = H'_0 \times \vec{r}'$$

CONCLUSIONES

1. La ley de Hubble es relativista pues conserva la forma. Su expresión más general es $\mathbf{v} = H_0 (\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)$, siendo \mathbf{r}_0 la distancia *O-Centro de simetría*. **El Universo conserva su simetría esférica en todos los sistemas inerciales.**

Resulta oportuno resaltar que la descripción que figura en la bibliografía específica, sobre cómo cambia la configuración del universo para un

observador que modifica su velocidad, atribuida a la aberración de la luz, resulta inadecuada por la invariancia de la simetría.

2. La constante de Hubble **H₀ es relativa** al sistema de referencia y su relación para dos observadores inerciales está dada por

$$H'_0 = H_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Nótese que la relatividad de la "constante" de Hubble implica que la velocidad de expansión, el radio máximo y la antigüedad del universo también son relativos.

3. El centro de simetría se corre en el sentido de la velocidad relativa entre sistemas, con un desplazamiento dado por

$$\Delta = \frac{V}{H_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Para un observador inercial que inicialmente está en reposo en el centro de simetría, que acelera en una dirección hasta adquirir una velocidad V, "arrastra" su centro del universo con él.

Dependiendo de la aceleración empleada, su posición estará más o menos alejada del **centro de simetría propio** (sistema de referencia comóvil), pudiendo incluso coincidir con él.

En el caso en que no coincida, la configuración del universo no será isótropa para el observador, que además detectará (desde su posición) un universo con simetría cilíndrica con el eje en la dirección observador-centro propio del universo. Es probable que esta particularidad esté vinculada con la anisotropía de la Radiación de Fondo de Microondas observada.

Hugo A FERNÁNDEZ
hafernandez@fibertel.com.ar