MODELACIÓN ELECTROMAGNÉTICA DE OSCILACIONES MECÁNICAS

Aplicación al fundamento del marcapaso.

Joaquín González Álvarez

En el tratamiento teórico de las ciencias físico-matemáticas puras y aplicadas, se utiliza frecuentemente la modelación electromagnética de sistemas mecánicos con diversos propósitos que pueden ser didácticos o de análisis de procesos que en el objeto real son difíciles de observar por su rapidez, dimensiones y razones semejantes, y que en el modelo, por la facilidad de modificar los parámetros, la velocidad de ocurrencia y dimensiones, etc., se obtienen resultados mas evidentes y provechosos.

Nos limitaremos a la modelación de procesos oscilatorios y comenzaremos con el análisis del sistema masa-resorte ejecutando oscilaciones forzadas en un medio resistente, cuya modelación matemática responde a la siguiente ecuación diferencial:

$$D^2x=(-k/m)x-(b/m)Dx+F(t)/m \qquad (1)$$

Donde D operador derivada respecto a t, k constante elástica, b constante de amortiguación y F fuerza.

En el caso ideal de oscilaciones libres en el vacío se tendrá como se anulan b y F,

$$D^2x=(-k/m)x \qquad (2)$$

que es la Ley de Hooke, cuya solución es

$$x=x_0 coswt \qquad (3)$$

donde w es la frecuencia angular igual a la raíz cuadrada de k/m.

Veamos ahora el circuito electromagnético formado por los elementos en serie, una resistencia R, una inductancia L, un condensador de capacidad C y un alternador que suministra una fuerza electromotriz E(t), en el cual se producen oscilaciones electromagnéticas forzadas análogas a las mecánicas modeladas matemáticamente por (1) respondiendo a la ecuación diferencial:

$$D^2q=(-1/LC)q-(R/L)Dq+E(t) \qquad (4)$$

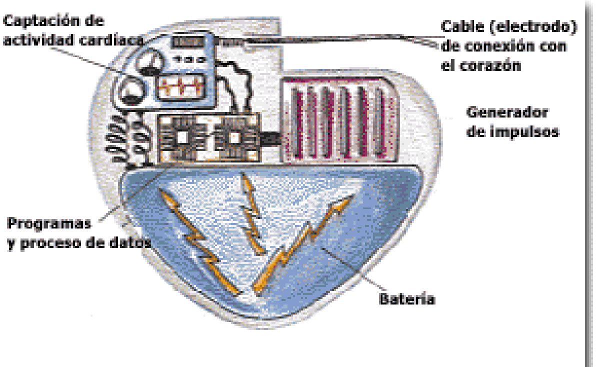
En el caso ideal de no resistencia y no alternador. tendremos:

$$D^2q=(-1/LC)q \qquad (5)$$

cuya solución es

$$q=q_0\cos wt \qquad (6)$$

Notamos la analogía de circunstancia física y forma matemática de (4), (5) y (6) con (1), (2) y (3) tal analogía nos lleva a la de x con q, m con L, k con 1/C, b con R, F con E y lógicamente w tiene el mismo significado en los dos casos pues ambos son de oscilaciones. Vemos pues que (4) y (5) son modelos electromagnéticos de (1) y (2) no sólo desde el punto de vista matemático, sino también del físico, pues los montajes instrumentales electromagnéticos devienen "maquetas" de ensayo de los mecánicos.



Esquema del interior de un marcapaso

Los procesos utilizados en los párrafos anteriores, los emplearemos ahora para exponer la fundamentación físico-matemática del funcionamiento del dispositivo conocido por marcapaso, utilizado en cardiología para regular el ritmo adecuado de los latidos del corazón. Básicamente el montaje consiste en un circuito oscilante como los vistos, constituido por un condensador, una resistencia proporcionada por el corazón un generador y un interruptor de dos posiciones. En la primera posición del interruptor el condensador está conectado al generador para cargarse mientras el corazón permanece desconectado. En la segunda posición queda desconectado del generador, el condensador cargado, mientras que se conecta al corazón el cual de esta forma es atravesado por la corriente de descarga del condensador y así estimulándose oscilatoriamente sus latidos.

El circuito oscilante en cuestión se modela matemáticamente a partir de (4) teniendo en cuenta que sólo quedan en actividad osciladora el condensador y la resistencia:

$$\mathbf{q/C+RD^2q=0}$$

y por tanto

$$\mathbf{D^2q=-q/RC}$$

Cuya solución es:

$$\mathbf{q=q_0exp(-i(RC)^{1/2}t)}$$

igualdad que expresa la descarga del condensador que estimula el corazón en sus latidos.

Hemos ofrecido de forma muy elemental una idea de la fundamentación teórica de la modelación electromagnética de las oscilaciones mecánicas y la aplicación de este proceso en la teoría del marcapaso.

Bibliografía

Serway-Jewett. Physics.
Zill, D.G. Differential Equations.

Joaquín GONZÁLEZ ÁLVAREZ
j.gonzalez.a@hotmail.com