

LA ÓPTICA GEOMÉTRICA Y LOS PRINCIPIOS DE MÍNIMA ACCIÓN Y DE FERMAT

Joaquín González Álvarez

Se presenta el concepto de Óptica Geométrica así como se describe la propagación de la luz por medios de distintos índices de refracción encontrando a su paso superficies refractoras o reflectoras cuyas dimensiones son mucho mayores que la longitud de onda de la luz , así como se detalla el tratamiento matemático del principio de mínima acción y el principio de Fermat precedido de los conceptos de acción, eikonal y camino óptico aplicándolos a la deducción de la ley de Snell.

Desarrollo

La óptica geométrica es la parte del estudio de la óptica que trata la propagación de la luz por medios de distintos índices de refracción incidiendo en superficies refractoras y reflectoras cuyas dimensiones son mucho mayores que las de la longitud de onda de la luz no atendiendo a la naturaleza ondulatoria de ésta.

La luz se propaga en línea recta, trayectoria a la cual llamamos rayo de luz y representamos por líneas rectas.

La óptica geométrica estudia los sistemas ópticos de observación como anteojos, lupas, microscopios, el ojo humano así como la corrección de defectos de refracción de éste como miopía, hipermetropía, astigmatismo, afaquia y presbicia, mediante lentes de espejuelos, lentes de contacto y cirugía refractiva. También instrumentos de medición de la curvatura de la córnea como el queratómetro. El autor del presente artículo es inventor de un método de medir la curvatura corneal sin necesidad del costoso queratómetro, que se detalla en el artículo *Biometría ocular fisicomatemática* publicado en ésta prestigiosa página www.casanchi.com.

La teoría de la óptica geométrica se basa fundamentalmente en la ley de Snell de la refracción de un rayo de luz al pasar de un medio de índice de refracción η_1 a otro de índice η_2 :

$$\eta_1 \cdot \text{sen} i = \eta_2 \cdot \text{sen} r$$

donde i ángulo de incidencia en la superficie de separación de los medios y r el de refracción.

Aunque la propagación rectilínea es fácilmente comprobable por medios experimentales, tal comportamiento puede demostrarse teóricamente aplicando el principio de mínima acción por lo cual pasamos a exponer el concepto de la cantidad llamada acción.

La acción S viene dada por la expresión:

$$S = \int L dt \quad (1)$$

donde L es la lagrangiana:

$$L = T - U$$

en la que T energía cinética y U energía potencial, de modo que si analizamos (1) de forma mas bien dimensional, notamos que la acción S es el producto de energía por tiempo, esto es $S = E \cdot t$, para simplificar tomemos la energía cinética:

$$S = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \cdot t \quad (2)$$

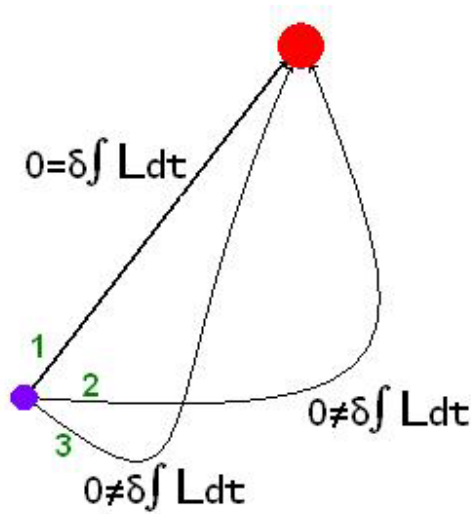
la cual podemos transformar dando los siguientes pasos:

$S = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \cdot \frac{x}{v}$, por tanto:

$$S = mvx / 2 \quad (3)$$

Conocido el concepto de acción pasamos a tratar el principio de mínima acción para lo cual nos valdremos de la figura que presentamos.

En la misma representamos tres trayectorias (que pueden ser de la luz) entre dos puntos, la 1 es recta, y las 2 y 3 son curvas que presentan desviaciones horizontales denominadas **variaciones** de S (ver igualdad (1)) $\delta \int L dt$ que en los puntos de salida y llegada será cero y entre cualesquiera otros dos puntos será desigual a cero. Pues bien en el principio de mínima de acción se afirma que la trayecctoria entre dos puntos de un sistema será aquella para la cual la acción sea mínima, lo cual fundamenta la propagación rectilínea de la luz.



En la imagen aparecen una carga positiva fija (en rojo) y un electrón libre (en azul). De todas las trayectorias posibles, ¿cuál escogerá el electrón? El principio de acción mínima determina que la trayectoria 1 será la elegida.

Imagen y texto de Wikipedia (Principio de mínima acción)

Si nos fijamos en (2) notamos que la acción S depende del tiempo por lo cual la mínima acción se referirá también a mínimo tiempo de recorrido.

Relacionado con nuestro tema presentamos la llamada ecuación de la eikonal de la óptica geométrica la cual tiene la siguiente expresión:

$$(\text{grad } S)^2 = \eta^2$$

la que para el caso de una dimensión toma la forma:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 = \eta^2$$

Pasamos ahora a ocuparnos del importante concepto de camino óptico el cual es análogo al de lagrangiano que representamos por L ya visto al tratar la mínima acción $\delta \int L dt$ igualdad que también fijándonos en la figura antes utilizada nos permite inducir lo que se enuncia en el principio de Fermat, *El tiempo invertido por la luz al pasar de un punto a otro tendrá teóricamente un valor estacionario mínimo o máximo*, pero el experimento ha comprobado prácticamente que sólo es mínimo.

Mediante el principio de Fermat puede demostrarse la antes vista ley de Snell a partir de la condición de valor mínimo del tiempo respecto al espacio. Como $t = l/v = nl/c$ donde $l=l(x)$, el valor mínimo se obtendrá de:

$$dt/dx = 0$$

por lo que aplicando:

$$\frac{d(nl)}{dx} / c = dL/dx = 0$$

podremos deducir la ley de Snell mediante la operación:

$$\frac{d}{dx}(L \text{ del rayo incidente} + L \text{ del rayo refractado}) = 0$$

Hemos presentado de forma didáctica y asequible lo fundamental de la óptica geométrica y sus principales aplicaciones.

Joaquín GONZÁLEZ ÁLVAREZ
j.gonzalez.a@hotmail.com