

La paradoja de Born

Por Hugo FERNÁNDEZ

"Debe hacerse notar que un electrón en movimiento hiperbólico no tiene radiación propia, sin importar cuan grande sea su aceleración, pero arrastra su campo consigo. Hasta ahora esta circunstancia era reconocida solamente para electrones en movimiento uniforme. La radiación sólo se muestra en casos que se apartan del movimiento hiperbólico. La radiación y la resistencia a la radiación sólo aparecen fuera del movimiento hiperbólico."

Max Born

Introducción

El párrafo inicial, extraído de un artículo publicado por Max Born en 1909 [1], dos años después de que Einstein basándose en la igualdad entre masa inercial y gravitatoria postulara el *Principio de Equivalencia*, constituye lo que posteriormente se denominó la "Paradoja de Born".

Su trabajo, basado en el modelo del electrón rígido de Abraham, contiene una de las propuestas que mayor controversia entre especialistas ocasionó hasta nuestros días, principalmente porque se relaciona con la Teoría General de Relatividad. La cantidad de artículos vinculados que se han publicado a favor o en contra de su validez en aproximadamente un siglo es abrumadora, lo que muestra su trascendencia en temas fundamentales y también que su proposición es muy cuestionable [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10] [11] [12] [13] [14] [15].

La paradoja describe un extraño comportamiento inesperado del electrón acelerado por una fuerza constante, ya que de acuerdo con la teoría establecida hasta ese momento toda carga acelerada emite radiación.

En efecto, en un sistema inercial las ecuaciones de Maxwell permiten determinar el campo electromagnético en cualquier punto del espacio utilizando los potenciales retardados, como así también la potencia total radiada, lo que se resume en la ley relativista de Liénard (1898):

$$P_R = \frac{e^2 \gamma^6}{6 \pi \epsilon_0 c} \left[\left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 - \left(\vec{\beta} \times \frac{d\vec{\beta}}{dt} \right)^2 \right]$$

Siendo $\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}$, y γ el factor de Lorentz $\left(\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right)$

En el caso unidimensional (fuerza colineal con la velocidad) el producto vectorial es nulo, quedando una expresión más simple de analizar:

$$P_R = \frac{e^2 \gamma^6}{6\pi\epsilon_0 c} \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2$$

Esta ley es relativista rigurosa y contradice la conjetura de Born.

La radiación ocurrirá cualquiera sea la aceleración existente no nula.

La propuesta tampoco tiene suficiente respaldo teórico pues se basa en un modelo del electrón no puntual pero utilizando resultados obtenidos para cargas puntuales.

La propuesta tampoco tiene suficiente respaldo teórico pues se basa en un modelo del electrón no puntual pero utilizando resultados obtenidos para cargas puntuales. Es bien sabido que la radiación de un electrón o de cualquier otra partícula elemental con carga no puede ser tratada rigurosamente sin conocerse su estructura espacial y la distribución de su carga, conocimientos que actualmente no disponemos [16].

El tema fue tratado anteriormente por Abraham [17], Lorentz [18], Laue [19] y Poincaré [20], entre otros, quedando claro que sin un modelo adecuado del electrón [16] no es posible determinar la forma funcional de su campo asociado cuando el electrón está acelerado. Todos estos modelos han sido grandes contribuciones para entender el comportamiento real, pero en todos los casos no llegaron a expresiones rigurosas sino a descripciones aproximadas.

Por otro lado, así como considerar que un electrón es "puntual" conduce a resultados físicos inaceptables (por ejemplo, energía y masa en reposo infinitas), el modelo rígido de Max Born resulta inconsistente con la relatividad especial [21].

Poincaré propuso un muy interesante modelo de electrón deformable, dinámicamente estable por medio de fuerzas de ligadura (*tensiones de Poincaré*) de naturaleza no electromagnética, el cual fuera abandonado con la aparición de la mecánica cuántica ante la evidencia de que la física clásica no resulta estrictamente aplicable [16].

No obstante, su análisis cualitativo (en un sistema inercial) permitió comprender que la estructura de una carga acelerada es variable en el tiempo, por lo cual su geometría y su distribución de carga también son funciones dependientes del tiempo.

En consecuencia y hasta tanto no tengamos un modelo consistente del electrón y las partículas elementales, ningún desarrollo actual puede describir con rigor matemático la radiación de una carga acelerada. Por tal motivo sostener o rechazar la Paradoja de Born o el Principio de Equivalencia de Einstein con argumentos que requieren la forma funcional del campo de una carga acelerada no es aceptable, simplemente porque no sabemos con certeza cómo es su campo cuando está acelerado.

En este sentido, llama la atención la subsistencia de artículos científicos que obtienen conclusiones utilizando estos falsos razonamientos en uno u otro sentido, como el muy citado trabajo de Boulware [22], sobre que el observador (comóvil) en caída libre no detecta radiación, y el de Parrott [23], que lo discute mostrando lo contrario.

Esos artículos pueden ser considerados muy importantes contribuciones para describir o entender el comportamiento de manera aproximada, pero no deberían ser usados como pruebas de validez de nada.

Cabe preguntarse entonces con qué argumentos Born propone un comportamiento como el descrito. La respuesta, si bien es una suposición, es que ello se debería a una curiosa conjunción de aportes teóricos importantes ocurridos entre 1903 y 1908, y un sutil pero grave error sobre el tipo de movimiento que realiza un cuerpo en caída libre, inducido por el enfoque geométrico de la Relatividad Especial de Minkowski, hechos que mencionaremos en orden cronológico.

1. Un modelo del electrón (rígido) de Abraham (1903) [17] [24] y otro (deformable) de Lorentz (1904) [18], ambos no relativistas y válidos en sistemas inerciales, condujeron a una relación aproximada de la fuerza de frenado (reacción de radiación), reconocida como la *Ley de Abraham-Lorentz*, que aparece cuando una carga puntual acelerada irradia. Su expresión matemática es:

$$|R| = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \left(\frac{da}{dt} \right)$$

Claramente se obtiene una fuerza de frenado nula cuando la aceleración es constante.

Algunos notables autores [1] [25] [26] [27] han sostenido que la fuerza de frenado es nula porque la aceleración propia de la carga es constante en este tipo de movimiento, expresando la ley de manera covariante en el espacio de Minkowski. Sin entrar a discutir la validez de la dudosa ley y de su aplicación e interpretación covariante, corresponde señalar que para un observador inercial único se debe considerar la aceleración referida a dicho observador inercial y no la (propia) referida a los infinitos observadores inerciales comóviles instantáneos.

En consecuencia, la aceleración no es constante y esta ley bien usada también predice que hay fuerza de frenado para una carga en movimiento hiperbólico.

Además de que la deducción de la ley de Abraham-Lorentz es para una carga puntual, y por lo tanto inválida para el caso real que nos interesa, varios estudios posteriores mostraron que presenta serias inconsistencias [16] [28] y su aplicación es limitada.

2. En 1905 aparece la Teoría de Relatividad Especial cuyo fundamento teórico son las ecuaciones de Maxwell, que son relativistas de nacimiento. Queda bien establecida la electrodinámica de los cuerpos en movimiento y cómo se transforman los campos para observadores inerciales diferentes (relatividad de los campos). Varios trabajos usan la relatividad del campo electromagnético para demostrar que la radiación de una **carga puntual** acelerada en un sistema inercial no es detectada por un observador comóvil con la carga, conclusión que no corresponde al fenómeno para una carga real (no puntual), por lo cual no es relevante si es cierta o no.

Es importante agregar que dicha postura también desconoce la causalidad del proceso de radiación. La Relatividad Especial permite demostrar fácilmente que si una onda electromagnética existe en un dado sistema inercial, ella existe para todo otro sistema inercial, lo que permite asegurar que si un observador detecta radiación, ella será detectada por cualquier otro observador inercial, lo que es equivalente a decir que el fenómeno de radiación es absoluto.

Asimismo, toda radiación causal cumple con las *condiciones de Paley-Wiener* [29] y es expresable por una integral de Fourier sobre infinitas ondas electromagnéticas, cuya existencia individual es absoluta.

Este aspecto será desarrollado más en detalle en este trabajo como argumento para discutir la validez de la Paradoja de Born.

En el enfoque de la Relatividad Especial las interacciones son consideradas procesos causales independientes del observador, y por ello no pueden ser eliminadas mediante la elección de un sistema de referencia particular.

De acuerdo con la mecánica clásica relativista todo cuerpo acelerado en un sistema inercial está sometido a una interacción causal, que en este marco teórico se describe mediante fuerzas aplicadas, provocándole aceleración y también cambios propios a cualquier sistema físico con estructura no puntual y acelerado.

Estos efectos pueden ser relativos al observador, incluso anularse alguno de ellos tal como la aceleración del cuerpo para un observador comóvil con él, pero no la totalidad de los mismos pues un fenómeno causal no puede desaparecer. Ello permite asegurar que en rigor no es aceptable la creencia, que muchos adhieren, que en un sistema de referencia comóvil con una carga acelerada su campo será similar a cuando ella está en reposo y libre de acciones externas.

Por supuesto, esta visión de la aceleración como efecto de un proceso causal entra en conflicto con la Teoría General de Relatividad cuando la causa de la aceleración es un campo gravitatorio. Para quienes consideran la Teoría General con validez universal las interacciones gravitatorias no existen, y ello limita seriamente a la Teoría Especial, ya que si un cuerpo se acelerara sin causa ello violaría el Principio de Inercia, o sea que la presencia de gravedad impediría la existencia de sistemas inerciales y la Teoría Especial dejaría de ser aplicable.

Por otro lado, quienes creen que la Teoría Especial tiene alcance general, imponen la existencia del campo gravitatorio y sus interacciones, con lo cual la Teoría General es tan sólo un modelo matemático aproximado para describir la gravitación, pero sin tener incidencia en las propiedades del espacio y el tiempo.

3. El Principio de Equivalencia, que Einstein calificó como la idea más feliz de toda su vida, se publica en 1907 y se basa en la aparente igualdad entre masa inercial y masa gravitatoria de un cuerpo. Por ello propuso que un campo gravitatorio uniforme pueda ser reemplazado por un sistema de referencia acelerado, propuesta descrita de forma simple en su famosa experiencia pensada del ascensor, punto de partida de la Teoría General de Relatividad.

Reemplazar una fuerza (gravitatoria) por otra (inercial) no era algo nuevo y se lo usaba cotidianamente, por ejemplo en la resolución teórica de sistemas que rotan, mediante un cambio de sistema de referencia inercial a uno rotante no inercial.

Lo audaz y revolucionario fue que también postuló que para un observador en caída libre se cumplen todas las leyes de la física de igual manera que en un sistema inercial galileano, es decir que también es inercial.

Resumiendo, para Einstein un observador no puede discernir mediante experimentos de ningún tipo si está en reposo en un sistema inercial galileano libre de gravedad o está cayendo en un campo gravitatorio uniforme.

En consecuencia, una carga y una partícula neutra deben caer de igual manera en un campo gravitatorio uniforme en un sistema galileano, condición que sólo se cumpliría si la carga no irradia en su caída ya que si existiera radiación habría fuerza de frenado y podríamos distinguir si estamos en presencia de un campo gravitatorio.

Por otro lado y en contradicción con lo anterior, la teoría electromagnética predice que toda carga acelerada emite ondas electromagnéticas, cualquiera sea la causa de la aceleración, y cualquiera sea la estructura de la carga y su distribución, pues las ecuaciones de Maxwell son lineales y admiten la superposición.

Esta incompatibilidad entre el Principio de Equivalencia y el Electromagnetismo crea una situación crítica, ya que la validez estricta de la teoría de Maxwell es esencial para la Teoría Especial de Relatividad y el cumplimiento del Principio de Equivalencia es indispensable para la Teoría General.

En mi opinión la causa más básica de esta incompatibilidad está en la interpretación del fenómeno de gravedad. Asumir que el campo gravitatorio puede ser anulado con un sistema de referencia acelerado es rechazar la existencia del campo gravitatorio como ente físico real. De esta manera desaparecen las fuerzas gravitatorias y sus posibles interacciones, en clara contradicción con la Teoría Especial de Relatividad y con la Teoría de la Mecánica Clásica, que en un sistema inercial aceptan como única causa de aceleración a las interacciones causales (fuerzas).

De acuerdo con el notable físico ruso A. Logunov, en el marco de la Teoría Especial de Relatividad la gravitación debe ser considerada un campo físico real [30].

4. La formulación de Minkowski de la Relatividad Especial [31], aparecida en 1907, es el modelo matemático más adecuado para la Teoría Especial descrita en un espacio de Riemann de cuatro dimensiones y, sin duda, su aparición facilitó el desarrollo de toda la física relativista.

Sin embargo, una mala aplicación e interpretación elaborada con ella condujo a una conclusión errónea que no se ajusta al comportamiento real observado, que influyó en muchos especialistas.

Me refiero explícitamente a la falsa conclusión de que la masa propia es un invariante, aseveración que sólo vale si la variación de energía de un sistema físico masivo se debe únicamente a cambios de su cantidad de movimiento, hecho que ni siquiera con las partículas elementales sabemos que ocurra con certeza.

Bastaría recordar que cualquier sistema físico macroscópico tiene una masa propia dependiente de la temperatura o que la masa propia de un átomo excitado es mayor que la que tiene en estado fundamental, para concluir que la masa propia no es en general un invariante.

Este error conceptual inicial, aún no erradicado del todo, tuvo efectos secundarios en los distintos intentos fallidos (Einstein, Weyl, Nordström, Mie) para elaborar una teoría de campos para la gravitación consistente con la Relatividad Especial, al considerar que la masa propia era el sumidero del campo, y no la masa relativista, como hoy sabemos que corresponde. Einstein en su propuesta planteó, para el caso estacionario de una masa "sumidero" única, la ecuación de *Poisson* usando la masa propia [32]. Con ese criterio la fuerza provocada por un campo gravitatorio uniforme es constante y el movimiento resultante para caída libre es el llamado hiperbólico, movimiento que no corresponde al caso real.

5. En 1908 Minkowski, al año de publicar su formulación geométrica de la Relatividad Especial, realizó el estudio de un movimiento simple denominado "hiperbólico" [33], el cual tiene una característica distintiva respecto de cualquier otro movimiento, todo objeto que lo cumpla posee *aceleración propia* constante.

Aunque resulte trivial aclaremos que la aceleración propia de un cuerpo es la que mide un observador **inercial** que está en reposo relativo *instantáneo* con el cuerpo.

Esta magnitud no suele ser usada en la Mecánica Clásica ni tiene relevancia pues su valor en cada instante corresponde a distintos sistemas inerciales. Un observador comóvil con el cuerpo en caída libre mide aceleración nula.

El movimiento hiperbólico puede definirse como aquel que realiza un cuerpo sometido a una fuerza constante, cuya solución rigurosa aparece por primera vez con la Teoría Especial de Relatividad, sin que ello presente resultados extraños.

En consecuencia, si en un sistema inercial se asume (incorrectamente) que el campo gravitatorio actúa sobre la masa propia [1] [34], la fuerza sobre una partícula en caída libre resulta constante, resultando un movimiento hiperbólico.

Que la caída libre en un campo uniforme no sigue el movimiento hiperbólico es muy simple de demostrar si se tiene en cuenta que la masa gravitatoria corresponde a la *masa relativista*, por lo cual la acción gravitatoria sobre la partícula resulta una fuerza variable con la velocidad, la aceleración propia no es constante y el movimiento no puede ser el hiperbólico.

La creencia generalizada de que la caída libre en un campo gravitatorio uniforme era con movimiento hiperbólico tuvo gran incidencia en el desarrollo teórico posterior.

Este error histórico, que aún continúa para muchos especialistas, en mi conocimiento nunca fue publicado, ni discutido ni tratado en la abundante bibliografía específica, por lo cual sigue instalado en general.

Al respecto, como simple ejemplo demostrativo, se transcribe un párrafo del muy famoso y citado artículo de T. Fulton y F. Rohrlich [6] publicado en *Annals of Physics* en 1960, "*Classical Radiation from a Uniformly Accelerated Charge*", donde resalto en negrita el error aludido.

"A particle is said to be in uniformly accelerated motion when it experiences constant acceleration [$a'' = (0, a')$, $a' = \text{const.}$] in its instantaneous rest

system $S'[v'' = (1,0,0,0)]$. **Such motion can be produced by a constant, homogeneous gravitational field** or, when the particle is charged, by a constant, homogeneous electric field.”

En el presente trabajo mostraremos, en el marco de la Relatividad Especial, aspectos particulares del movimiento hiperbólico, del movimiento de caída libre en un campo uniforme, y de la causalidad de la radiación de una carga acelerada.

Con el objeto de permitir un análisis más simple consideraremos el caso en que el campo gravitatorio uniforme es colineal con la velocidad (movimiento unidimensional) y con el mismo sentido.

Aspectos del movimiento hiperbólico relativista

Este tipo de movimiento simple ocurre cuando **la fuerza aplicada es constante**, y su denominación se debe a que la ecuación horaria correspondiente es la ecuación de una hipérbola [35].

La expresión general rigurosa de la aceleración de una partícula es [35]:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F} - \frac{\vec{v}(\vec{F} \cdot \vec{v})}{c^2}}{m} \quad (1)$$

Siendo m la masa relativista y v la velocidad de la partícula.

Siguiendo la nomenclatura clásica [35], llamaremos $F = m_0 g$ a la fuerza constante, pero haciendo la aclaración que ello es incorrecto si se refiere a una fuerza de origen gravitatorio, lo que sin duda genera confusión.

En nuestro caso unidimensional de la (1) fácilmente obtenemos

$$a = g \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2)$$

La aceleración que le mide un observador inercial disminuye con la velocidad, tal como debe suceder para que la partícula no supere la velocidad de la luz. Nótese que la aceleración para un observador inercial no es constante.

Para hallar la *aceleración propia* basta con aplicar la transformación de la aceleración (Lorentz) en el sistema en el que la partícula esté en reposo ($v=V$), obteniendo

$$a_{propia} = a' = \frac{a}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{3}{2}}} = g \quad (3)$$

El resultado (3) muestra que la *aceleración propia* es constante e independiente del sistema inercial instantáneo que corresponda, vale lo mismo para todo observador inercial, siendo una característica que sólo cumple el movimiento hiperbólico.

Aclaremos un error común que figura en alguna bibliografía, donde se indica que ésta aceleración propia es la que "*siente*" un observador comóvil con la partícula. En caída libre la partícula y el observador comóvil no "*sienten*" aceleración alguna (de arrastre).

Si hubiéramos sido cuidadosos la fuerza constante habría sido designada F_0 . En ese caso la aceleración propia sería:

$$a_{propia} = a' = \frac{a}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{F_0}{m_0} \quad (4)$$

No resulta extraño que se haya considerado que este tipo de movimiento correspondía al de caída libre, pues es el único en el que la aceleración propia es constante e idéntica para todo observador inercial. Más aún, el *sentido común* nos indicaría que cualquier observador inercial que calcule la aceleración propia de un objeto en caída libre en un campo uniforme g obtendría siempre la misma aceleración propia, lo cual mostraremos que no es correcto.

Aspectos de la caída libre relativista

Nos interesa establecer algunos aspectos dinámicos de la caída libre en un campo g constante, correspondientes a dos sistemas inerciales SI y SI_p, siendo SI_p el sistema propio *instantáneo*.

La fuerza aplicada es $F = m g$, siendo m la masa relativista.

Partiendo de la (1) obtenemos, para el problema unidimensional visto desde SI,

$$a = g \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \quad (5)$$

La aceleración que ocasiona el campo gravitatorio g constante en el sistema SI es una función monótona decreciente con la velocidad de la partícula y, por supuesto, con el tiempo. La aceleración es máxima y vale g sólo en el instante en que la partícula está en reposo respecto del observador. La aceleración tiende a cero cuando la velocidad de la partícula tiende a la de la luz (c).

Procediendo de igual manera que en (3) obtenemos la aceleración propia en SIP:

$$a_{propia} = a' = \frac{a}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{g}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (6)$$

Siendo $V=v$ la velocidad relativa entre SI y SI_p.

Este resultado, muchas veces ignorado, es muy importante pues nos demuestra que en caída libre en un campo uniforme **la aceleración propia no es constante en el tiempo**, pues la velocidad relativa entre SI y SI_p cambia continuamente.

Para un mismo observador inercial la aceleración propia de la partícula aumenta con la velocidad que ella tiene respecto del observador, tal como debe suceder para una partícula en movimiento en un campo gravitatorio constante debido a la relatividad del campo gravitatorio.

Analicemos como se modifica el campo gravitatorio para un observador inercial que esté en reposo instantáneo con el cuerpo (sistema primado). En dicho sistema la masa es la propia. Para su cálculo usamos las transformaciones de Lorentz, que en nuestro caso unidimensional resulta muy simple.

$$F'_x = F_x \Rightarrow m'g' = mg$$

Reemplazando obtenemos:

$$m_0 g' = \frac{m_0 g}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow g' = \frac{g}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (7)$$

El campo gravitatorio no es absoluto, es relativo al sistema de referencia y su valor es distinto para observadores inerciales en movimiento relativo.

La partícula tiene una *aceleración propia* idéntica al campo gravitatorio **relativo** en su sistema de referencia instantáneo SI_p, que resulta distinto para cada observador, como corresponde, siendo v la velocidad de la partícula en el sistema SI y también la velocidad relativa entre los sistemas inerciales SI y SI_p.

La solución completa de la caída libre puede verse en:

<http://www.fisica-relatividad.com.ar/temas-especiales/caida-libre>

Nótese que la caída libre en un campo gravitatorio uniforme converge al movimiento hiperbólico para $v \ll c$.

La caída libre de una partícula en un campo gravitatorio g constante se caracteriza por tener una aceleración monótona decreciente con la velocidad y una aceleración propia monótona creciente. Nunca la aceleración de la partícula (común y propia) resulta constante, hecho que invalida todos los innumerables artículos publicados que usan la ley de Abraham-Lorentz para proclamar que una carga no irradia en caída libre.

En general y para cualquier campo gravitatorio, considerar que la aceleración propia de una partícula en caída libre es g , sólo es válido para bajas velocidades, debido a que la masa relativista tiende a la masa propia.

Causalidad de la radiación de una carga acelerada

Ya hemos nombrado que varios autores aducen que si bien es cierto que la radiación se detecta en todo sistema inercial, no sucede así en un sistema acelerado comóvil con la carga.

Corresponde señalar una propiedad fundamental de la *Potencia*, relacionada con el Principio de Causalidad. La emisión de radiación por un electrón acelerado implica pérdida de energía de la carga que irradia, proceso que no es casual sino causal, ya que sucede cuando la carga es acelerada por una fuerza externa. Ello nos permite identificar a la **interacción carga-campo** (externo) como la causa del fenómeno de radiación.

Por otro lado, la Relatividad Especial y el Principio de Causalidad establecen que los fenómenos causales son absolutos y no pueden ser evitados mediante la elección particular de algún sistema de referencia, inercial o no inercial.

En este sentido está demostrado que la pérdida de energía por unidad de tiempo, es decir la potencia emitida (*efecto* del fenómeno causal), **es una magnitud absoluta**, lo que implica que su valor es el mismo en todo sistema de referencia inercial. La invariancia de esta magnitud no es un hecho fortuito, tiene que ver con que un sistema físico en estado de equilibrio estacionario permanecerá en ese estado a menos que un agente externo interactúe con él, siendo ello un proceso causal.

En efecto, las transformaciones de Lorentz permiten relacionar la energía y la cantidad de movimiento de la partícula, medidas por dos observadores inerciales distintos, con lo cual podemos calcular la potencia referida a dos sistemas inerciales.

Para un planteo unidimensional resulta:

$$E' = \frac{E - \frac{V}{c^2} p}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad t' = \frac{t - \frac{V}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$P'(x'; t') = \frac{dE'}{dt'} = \frac{\frac{dE}{dt} - \frac{V}{c^2} \frac{dp}{dt}}{1 - \frac{Vv}{c^2}} = \frac{\frac{dE}{dt} - \frac{V}{c^2} \frac{vdE}{dt}}{1 - \frac{Vv}{c^2}} = \frac{dE}{dt} = P(x; t)$$

Siendo V la velocidad relativa entre sistemas de referencia inerciales, y v la velocidad de la carga en el sistema no primado. Se hace notar que la potencia de la relación corresponde a la magnitud total, es decir a la suma de la potencia suministrada por el campo externo y la radiada por el sistema.

Que la potencia total esté integrada por dos componentes se debe a que la interacción carga-campo involucra a dos procesos independientes, uno mecánico relacionado con la masa y otro electromagnético relacionado con la carga, ambos causales.

Una verificación experimental de ambos procesos lo brinda el ciclotrón, en el cual hay radiación de frenado durante toda la trayectoria curva en cada ciclo a pesar de que solamente hay trabajo mecánico en dos pequeños arcos de la misma.

Otro caso interesante lo ofrece el movimiento de una carga en un plano transversal a un campo magnético constante, cuya fuerza es normal a la velocidad por lo cual la potencia entregada por el campo externo es nula. La trayectoria de la carga es una espiral en el caso relativista, con pérdida continua de su energía cinética por emisión continua de radiación, como claramente puede observarse en la imagen registrada para un electrón en la figura 1.

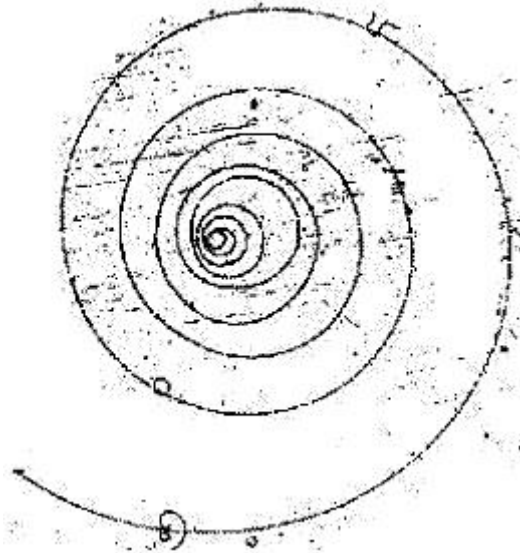


Fig. 1 – Electrón relativista en un campo magnético transversal constante

La potencia total de la carga en este caso sólo se debe a la radiación que consume la energía cinética de la carga. En este caso sólo hay potencia radiante pues el campo externo no realiza trabajo.

Una interesante y rigurosa demostración de que la radiación es absoluta también en el espacio curvo (sistemas no inerciales), fue publicada por el físico croata H. Nicolich [28].

Que la potencia sea una magnitud absoluta tiene otras implicancias importantes, ya que si esta magnitud es distinta de cero entonces el vector de Poynting no es nulo al menos en alguna región no estacionaria del espacio, contigua a la carga acelerada [16], por lo cual existe campo magnético no nulo para todo observador, incluido el comóvil con la carga.

En definitiva, el Principio de Causalidad nos garantiza que si hay radiación de campo electromagnético existirá vector de Poynting no nulo en todo sistema de referencia, lo que invalida la creencia de que la radiación y su campo magnético pueden ser anulados eligiendo un sistema comóvil con la carga acelerada.

Discusión y conclusiones

El comportamiento de una carga acelerada por un campo gravitatorio uniforme ha sido tratado brevemente con un enfoque clásico mediante la Teoría Electromagnética, la Teoría de Relatividad Especial y el Principio de Causalidad.

De acuerdo con ello se ha mostrado que un error histórico sobre el movimiento en caída libre condujo a muchas conclusiones falsas, en particular sobre el controvertido tema de si existe o no radiación de una carga en caída libre. Considerando el movimiento correcto de un cuerpo en caída libre no hay controversia posible, pues aún aplicando la dudosa ley de Abraham-Lorentz, sea con la aceleración respecto de un observador inercial o con la aceleración propia, resulta una fuerza de frenado no nula, lo que sólo es posible si hay radiación.

Sin duda este resultado tiene incidencia directa sobre el Principio de Equivalencia y la Teoría General de Relatividad, cuyas condiciones de validez deben ser revisadas.

Las conclusiones principales de este trabajo son:

1. La Paradoja de Born no es válida.

Más correcto sería decir que no existe paradoja pues su formulación no es consistente con el conocimiento establecido y aceptado, ya sea la Electrodinámica, la Relatividad Especial o el Principio de Causalidad.

Un electrón acelerado en un sistema inercial emite radiación cualquiera sea la causa que la provoque y tipo de movimiento que realice, de acuerdo con las ecuaciones de Maxwell.

El fenómeno de radiación es causal y por ello ocurre para todo observador, inercial y no inercial, inclusive para aquel que esté en reposo respecto de la carga.

2. El Principio de Equivalencia no es válido.

Una carga en caída libre irradia ondas electromagnéticas y ello permitiría formalmente distinguir si se está en presencia de un campo gravitatorio o no. Hay una incompatibilidad insalvable entre este Principio y el Electromagnetismo, la Relatividad Especial y el Principio de Causalidad, debido a que el Principio rechaza la existencia de las interacciones partícula-campo gravitatorio.

3. La Teoría General de Relatividad deja de tener validez universal y sus limitaciones deben ser analizadas cuidadosamente. En este sentido todo parece indicar que puede ser considerada correcta para bajas velocidades.

Referencias

[1] M. Born - *The theory of the rigid electron in the cinematic of the relativity principle*. Traducción de: *Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik des Relativitätsprinzips*, Annalen der Physik, 1909, Bd 30, S 1
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/born_ap_30_1_09.pdf

[2] D. Drukey - *Radiation from a Uniformly Accelerated Charge*, Phys. Rev. 76, 543-544 (1949)
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/drukey_pr_76_543_49.pdf

- [3] W. Thirring - *Principles of Quantum Electrodynamics* (Academic Press, New York, 1958), Cap. 2.
- [4] H. Bondi; T. Gold - *The field of a uniformly accelerated charge, with special reference to the problem of gravitational acceleration*, Proc. Roy. Soc. (London) 229A, 416-424 (1955)
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/bondi_prsla_229_416_55.pdf
- [5] B. DeWitt and R. Brehme - *Radiation Damping in a Gravitational Field*, Ann. Phys. 9, 220-259 (1960)
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/dewitt_ap_9_220_60.pdf
- [6] T. Fulton; F. Rohrlich - *Classical Radiation from a Uniformly Accelerated Charge*, Ann. Phys. 9, 499-517 (1960)
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/fulton_ap_9_499_60.pdf
- [7] F. Rohrlich - *The Equations of Motions of Classical Charges*, Ann. Phys. 13, 93-109 (1961)
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/rohrlich_ap_13_93_61.pdf
- [8] N. Rosen - *Field of a Particle in Uniform Motion and Uniform Acceleration*, Ann. Phys. 17, 26-275 (1962),
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/rosen_ap_17_26_62.pdf
- [9] T. Bradbury - *Radiation Damping in Classical Electrodynamics*, Ann. Phys. 19, 323-347 (1962)
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/bradbury_ap_19_323_62.pdf
- [10] C. Leibovitz; A. Peres - *Energy Balance of Uniformly Accelerated Charge*, Ann. Phys. 25, 400-404 (1963)
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/liebovitz_ap_25_400_63.pdf
- [11] C. DeWitt; B. DeWitt - *Falling Charges*, Physics 1, 3-20 (1964)
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/dewitt_physics_1_3_64.pdf
- [12] F. Rohrlich - *Classical Charged Particles* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1965)
- [13] A. Nikishov; V. Ritus - *Radiation Spectrum of an Electron Moving in a Constant Electric Field*, Sov. Phys. JETP 29, 1093-1097 (1969)
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/nikishov_sjjetp_29_1093_69.pdf
- [14] J. Herrera - *Relativistic Motion in a Constant Field and the Schott Energy*, Nuovo Cim. 70B, 12-20 (1970)
- [15] S. Coleman - *Classical Electron Theory from a Modern Standpoint, in Electromagnetism: Paths to Research*, D. Teplitz, ed. (Plenum, New York, 1982), pp. 183-210,
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/coleman_epr_183_82.pdf
- [16] J. Jackson - *Electrodinámica Clásica*. Edit. Alhambra, 1966, Cap. 14/17.

- [17] M. Abraham - *Zur Theories der Strahlung and des Strahlungsdruckes*, Ann. Phys. 14, 236-287 (1904)
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/abraham_ap_14_236_04.pdf
- [18] H. Lorentz - *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light*.
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/lorentz_pknaw_6_809_04.pdf
- [19] M. von Laue - *Die Wellenstrahlung einer bewegten Punktladung nach dem Relativitätsprinzip*, Ann. Phys. 28, 436-442 (1909),
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/vonlaue_ap_28_436_09.pdf
- [20] H Poincaré - *Sur la dynamique de l'electron*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo 21, 129 (1906) ; dated: Paris, July 1905.1
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/poincare_ajp_39_1287_71.pdf
- [21] F Noether - *Zur Kinematik des starren Körpers in der Relativtheorie*, Ann. der Physik, t. 31, 1910, p. 919-944.
- [22] D. Boulware - *Radiation from a Uniformly Accelerated Charge*, - Annals of Physics 124, 169-188 (1980).
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/poincare_ajp_39_1287_71.pdf
- [23] S. Parrott - *Radiation from a Uniformly Accelerated Charge and the Equivalence Principle*, arXiv:gr-qc/9303025v8, 5 Oct 2001
http://xxx.lanl.gov/PS_cache/gr-qc/pdf/9303/9303025v8.pdf
- [24] M. Abraham - *Theorie der Electricität*.
- [25] G. Nordström, *Note on the circumstance that an electric charge moving in accordance with quantum conditions does not radiate*, Proc. Roy. Acad. Amsterdam 22, 145-149, 1920.
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/nordstrom_praa_22_145_20.pdf
- [26] W. Pauli - *Relativitätstheorie*, Enzyl. Math. Wiss. Vol. V, part II, no. 19, 543-773 (1921); Theory of Relativity, (Pergamon Press, New York, 1958, pag 98).
- [27] Discussion of how Feynman indicated that he agreed (at one time) that a uniformly accelerated charge does not radiate.
<http://www.mathpages.com/home/kmath528/kmath528.htm>
- [28] H. Nikolic - *Notes on covariant quantities in noninertial frames and invariance of radiation in classical and quantum field theory*, arXiv:gr-qc/9909035v1, 10 Sep1999.
- [29] A. Papoulis - *The Fourier integral and its applications*, Mc Graw Hill, pag. 215,1962
- [30] A. Logunov - *The Theory of Gravity*, 2002
http://arxiv.org/PS_cache/gr-qc/pdf/0210/0210005v2.pdf

[31] H. Minkowski - *Das Relativitätsprinzip*. The Report to Mathematics society in Göttingen of 5th November, 1907. Published in Jahresber, Math. Ver., 1915, Bd 24, S. 372; Annalen der Physik, 1915, Bd 47, S. 927

[32] A. Einstein - *Mein Weltbild*, 1934

[33] H. Minkowski - *Die Grundgleichungen für Elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern*, Gött. Nachr., 1908, S. 53; Math. Ann., 1910, v. 68, p. 472. Raum und Zeit. The Report, Read to Naturalists' Society in Kologne, 1908, Phys. Ztschr., 1909, Bd 10, S. 104.

[34] A. Sommerfeld - *Annalen der Physik*, 1910, Bd 33, S. 670; Bd 32, S. 749; 649

[35] C. Möller - *The Theory of Relativity*, Oxford, 1952, cap. III, pág. 75.

Hugo A. Fernández

hafernandez@fibertel.com.ar

Profesor Titular de Física Moderna

Universidad Tecnológica Nacional - Argentina