

# **CAOS, FRACTALES, CUERDAS Y EL RAZONAMIENTO CIENTÍFICO**

**Joaquín González Álvarez**

## **-Introducción**

**-El Efecto Mariposa y el final de la Certidumbre.**

**-Hipótesis y Realidad.**

**-Hawking, Penrose y la Realidad.**

**-Emergentismo, Holismo y Reduccionismo.**

**-Índole matemática del Caos y el Fractal.**

**-La Dimensión Fractal.**

**-La Teoría de la Complejidad.**

**-Mapas Iterativos y Caos.**

**-La Invarianza de Escala.**

**-Dinámica de los Procesos Periódicos Naturales y Socioeconómicos.**

**-Cuerdas, Branas, y Dimensiones.**

**-La Físico-matemática de la Reacciones de Belousov-Zhabotinsky.---**

**-Henri Poincaré la Topología y el Caos.**

**-Fe en la Razón, Einstein, Hume y Popper.**

## **Introducción**

Tomando como hilo conductor, temas paradigmáticos de la ciencia del momento, en la selección de artículos que presentamos, intentamos destacar algo que subyace en la esencia del método científico, y es el significado, tratamiento e

importancia del concepto de hipótesis y la necesidad de tener siempre presente el carácter hipotético de toda teoría científica y que sin embargo con teorías que cumplan los parámetros de científicidad y aceptación, la ciencia ha avanzado y avanza impetuosamente.

Los artículos se presentan con el mismo formato con el cual aparecieron en los distintos medios de donde los hemos seleccionado, incluyendo en gran parte de los mismos la correspondiente bibliografía que pensamos sea de utilidad para ampliar conocimientos.

## **EL EFECTO MARIPOSA Y EL FINAL DE LA CARTIDUMBRE**

El Premio Nobel belga Ilya Prigogine, publicó en 1996 un artículo titulado “El fin de las certidumbres” en el cual exponía sus consideraciones acerca de las nuevas formas de enfocar la ciencia que comenzaron a surgir a principios del pasado siglo XX con el establecimiento de los principios de la Mecánica Cuántica aplicables al micromundo, y que luego esas formas de enfoque se extendieron al macromundo al salir a la palestra la

## Teoría del Caos y sus afines enmarcadas en la Teoría de la Complejidad

Antes de estos hitos en la historia de la ciencia, las leyes que se manejaban eran deterministas y toda alusión que en la explicación de la realidad, se hiciera a lo fortuito, a lo solamente probable o intuído, era rechazado como anticientífico o poco serio. El principio de incertidumbre de Heisenberg en la Mecánica Cuántica y después lo concerniente al caos, los fractales etc., luego del escepticismo inicial motivaron el estudio serio de estas nuevas materias actualmente enriquecidas con los aportes de Prigogine principalmente en temas de la termodinámica (teoría del calor) de no equilibrio también catalogable en la Teoría de la Complejidad, Términos como azar, fluctuación, desorden, no equilibrio que se utilizaban para descalificar un hecho, hoy forman parte imprescindible del vocabulario científico.

El convencimiento de la existencia inevitable de fenómenos o etapas de éstos, que son impredecibles por su naturaleza y no por deficiencias técnicas en su estudio, es algo que ha aportado el estudio sistemático de la Teoría del Caos. El llegar a esa conclusión resulta de innegable utilidad, pues en situaciones de eventos naturales como el paso de huracanes, permite obrar en consecuencia conociendo las características azarosas de éstos. Los nuevos conocimientos que Prigogine esboza en “El fin de las certidumbres”, muestra que no podemos evitar el caos por lo cual lo inteligente consiste en aprender a convivir con él. A manejar lo solamente probable y atender a lo sólo intuído.

Un sistema se considera que ha llegado a régimen de caos, cuando a partir de ciertos valores de los parámetros que lo rigen, las variables del sistema no presentan periodicidad alguna y muy pequeñas variaciones en las condiciones iniciales dan lugar

a notables cambios en los valores que toman las variables del sistema. A esta situación suele llamarse popularmente *efecto mariposa*, pues lo describen literariamente diciendo que “el aleteo de una mariposa en New York puede ocasionar un huracán Beigun”. La poesía también aporta al afán por acercarnos a la realidad. Algo más que muestran los estudios sobre el caos y temas afines, los cuales conforman como hemos dicho una disciplina más general: la Teoría de la Complejidad, es el hecho y esto es muy importante, de que elementos, cosas, objetos, que aisladamente no presentan ciertas propiedades, al conformar colectividades presentan esas propiedades. A estas propiedades se les asigna una denominación que constituye una categoría de la Teoría de la Complejidad: *propiedades emergentes*. Un ejemplo de surgimiento de propiedades emergentes se presenta al integrarse en colectivo las neuronas para constituir el cerebro ¡las neuronas por separado no piensan!. Otra temática que conforma la Teoría de la Complejidad la constituye la llamada Termodinámica de No Equilibrio la cual se presenta en sistemas de comportamiento complejo como son los gases, los organismos vivos y otros. Cuando un sistema como los citados, alcanza espontáneamente el estado de máximo desorden como ocurre a un gas sobre el que no se ejerce acción alguna, ha llegado al estado de completo equilibrio termodinámico. (en termodinámica no es lo mismo orden que equilibrio) Un sistema en este estado no es capaz de realizar trabajo alguno, es un sistema en estado de “muerte térmica”. Es por eso que para que un sistema no esté en ese estado de “muerte”, se necesita llevarlo al no equilibrio para que sea capaz de producir trabajo. Por el contrario, cuando se quiere que un elemento no deseado como el cáncer no se desarrolle, “muera”, resulta útil según el médico colombiano José Félix Patiño, propiciarle el equilibrio

termodinámico. Un muelle- resorte en equilibrio no realiza ningún trabajo, “está muerto”.. hay que desequilibrarlo (estirarlo) para que sea capaz de realizar un trabajo al soltarlo. Por eso según el Dr. Patiño, al cáncer hay que equilibrarlo para que no pueda realizar su maléfico trabajo.

Los principales trabajos de Ilya Prigogine, los que merecieron el Premio Nobel, fueron en “Termodinámica de No Equilibrio”.

De propiedades emergentes, oímos hablar con bastante acierto en una clase por televisión sobre Astronomía. En esta clase que mas bien fue de Astrofísica, se trató el hecho de que se han detectado una serie de fenómenos y propiedades antes no observados en cuerpos celestes aislados que al conformar colectividades como grandes galaxias o colectividades de galaxias, se ponen de manifiesto, surgen como propiedades emergentes. Entre esos hallazgos se cuentan la detección de huecos negros masivos de los cuales se supone que haya uno en cada galaxia.

Para la explicación de la existencia de los huecos negros masivos, de momento no existe una explicación definitiva. Lo que si es cierto es que tal como se manejan las teorías vigentes, la explicación no puede completarse. Aquí estamos ante algo sobre lo que hemos venido tratando en comentarios como el titulado “ Hipótesis y realidad”, y que reafirma que las teorías que maneja la comunidad científica sólo son hipótesis de trabajo que se utilizan para continuar las investigaciones y que se mantienen mientras no se llegue a algo que no pueden explicar como es el caso que ahora tratamos. Lo que entendemos por realidad no podemos conocerla tal como es pues para ésto tendríamos que conocer lo que Stephen Hawking ha llamado *la mente de Dios*, sólo podemos conocer lo que se nos revela y que la ciencia ha ido interpretando mediante hipótesis que vienen a ser como metáforas de la realidad,

metáforas que a veces resultan poéticas por la armonía con que se presentan y es lo que hace pensar en una obra de la divinidad. Algunas veces, ante imprecisiones de una hipótesis basta con realizar algunas modificaciones en la teoría vigente, pero otras ha habido que desecharlas como ocurrió con las teorías del flogisto y la de la generación espontánea. Descharlas pero no detenerse en criticarlas o ironizar sobre ellas o sobre quienes las crearon, si no a idear nuevas hipótesis para seguir adelante

De lo dicho hasta ahora podemos inferir que reconocer el fin de las certidumbres no constituye ni mucho menos, un fracaso de la ciencia, por el contrario es el hallazgo de un valioso conocimiento que permitirá avanzar con paso firme sabiendo a que atenerse, sin fanatismos ni autosuficiencias. Tener muy presente que las teorías científicas no son cosas terminadas, si no sistemas de conocimientos e investigaciones en constante desarrollo y evolución. Alguien que estudió a fondo el carácter provisional de las teorías, fue el matemático y filósofo francés Henri Poincaré, también precursor de la Teoría del Caos, y es por ello que algunas cátedras de la Complejidad en el mundo llevan su nombre. De igual forma se ha ocupado del tema, Ilya Prigogine, como ya dijimos, en “El fin de las certidumbres”, por lo cual sería loable la idea de poner su nombre a algunas de las cátedras de la Complejidad que vayan surgiendo.

De todo lo visto en este trabajo, podemos sacar como conclusión, que la dedicación al estudio de la Teoría de la Complejidad, el cual necesariamente tiene que partir del conocimiento de sus conceptos fundamentales desde su significado en las ciencias naturales que les dieron origen, permitirá una base cognoscitiva para extender sus potencialidades a otras disciplinas tanto científicas como humanísticas. Para tal empeño, quienes tomen la iniciativa han

de cuidar de no dejarse llevar por el significado que los términos claves como caos y complejidad tienen en el lenguaje común pues ello conduciría a errores insalvables.

## **HIPÓTESIS Y REALIDAD**

La aparición en el escenario de la ciencia de la Teoría de la Complejidad, ha conllevado la necesidad de analizar los instrumentos con los cuales se cuenta para el cabal uso del raciocinio lógico al conducir la indagación teórica de los nuevos temas, para lo cual es preciso revisar el curso que ha seguido el pensamiento científico desde el establecimiento del paradigma newtoniano hasta llegar a los paradigmas del momento.

Con el establecimiento en el siglo diecisiete de la Mecánica de Newton, que englobaba en un todo armónico una teoría que pretendía abarcar la explicación de la realidad, se suponía haber llegado a comprender la naturaleza y sus leyes.

Inspirado en este triunfo de la ciencia, El poeta inglés de la época, Alexander Pope expresó:

“La naturaleza y sus leyes yacían en las tinieblas.

Dios dijo: ¡Hágase Newton!, y la luz se hizo”.

Algunas leyes ya las habían de cierto modo encontrado algunos antecesores del sabio inglés tales como Kepler y Galileo a los cuales hizo justo reconocimiento al decir: “Si vi mas lejos que los demás fue porque pude subir sobre hombros de gigantes”.

A los hallazgos de Kepler y Galileo, les comunicó Isaac Newton mayor rigor y basado en el mismo logró lo que se conoce en la historia como la primera gran síntesis de las leyes de la física. En las tres leyes de la dinámica y en la famosa ley de la Gravitación

Universal se basa toda la Física Clásica, la cual constituyó el fundamento de prácticamente toda la física hasta los comienzos del siglo xx y aun lo es hoy de la mecánica de los objetos del macromundo no animados de velocidades cercanas a la de la luz.

El método de razonamiento intrínseco en la Mecánica de Newton fue tomado por la ciencia en general y por la filosofía constituyendo el llamado Paradigma Newtoniano. El que ese paradigma fuera sustituido a principios del siglo pasado por lo que pudiéramos llamar Paradigma Cuántico-Relativista para el micromundo y altas velocidades, en nada rebaja la gloria de Isaac Newton y cuya teoría como ya dije, es la que se utiliza para lo de gran tamaño y no muy veloz, vale decir para lo cotidiano.

Cuando una teoría como la de Newton no puede explicar algunos fenómenos, es cuando la comunidad científica se da cuenta de que las teorías, como ya he explicado en otras ocasiones, no reflejan completamente la realidad y que solo constituyen una hipótesis de trabajo, un modelo para el estudio de la realidad como la maqueta que construye un urbanista para planificar una ciudad. Algunas veces esa hipótesis, esa maqueta es de imponderable genialidad como es el caso de la Mecánica de Newton.

En Filosofía de la Ciencia, a ese método de estudiar la realidad mediante hipótesis o de maquetas como me he permitido llamarlas, al cual se le llama instrumentalismo, constituye dentro del positivismo, una variante del pragmatismo de Dewey y el convencionalismo de Henri Poincare.

Cuando en la Edad Media, Nicolás Copérnico enfrentó a la Iglesia aduciendo que la Tierra giraba alrededor del Sol, esa institución al principio no condenó al sabio polaco porque consideraba que la teoría de éste no era una descripción de la



realidad si no sólo una hipótesis que facilitaba los cálculos. Aunque no existía el concepto, la Iglesia consideró a Copérnico como instrumentalista. Cuando éste insistió en que la Tierra se movía fue refutado y perseguidos sus seguidores. Así sufrieron persecución Galileo, Giordano Bruno y otros que no admitieron ser instrumentalistas y se empeñaron en afirmar que describían la realidad tal como era. Galileo fue obligado a retractarse pero lo cierto es que la tesis copernicana es sólo una hipótesis instrumentalista pues moverse o no moverse depende del punto de referencia. Sin embargo los que murieron en la hoguera como Giordano Bruno, dieron una lección de entereza al defender aquello en lo que se cree que es la verdad.

## **HAWKING, PENROSE Y LA REALIDAD**

En sus escritos el célebre fisicomatemático inglés, Stephen Hawking, emplea frecuentemente la expresión: “conocer la mente de Dios” en un sentido definitorio de su posición filosófica ante el quehacer científico. Sobre todo la parte final de la frase, “mente de Dios” aparece en casi todo lo que se escribe o se dice sobre Hawking, y hasta en los textos en español, vemos esas palabras tal como las expresa en su idioma el científico: “mind of God”.

Hawking utiliza la expresión en el contexto de su criterio tantas veces sostenido de que con las teorías científicas sólo tenemos un instrumento, una hipótesis de trabajo para la continuación de las investigaciones, pero no el conocimiento de la llamada

realidad., la cual sólo podríamos lograr si pudiéramos “conocer la mente de Dios”

Esa tesis de Hawking la toma del positivismo al que en una forma u otra de sus variantes, adhire el ocupante de la cátedra que en sus inicios fue de Isaac Newton.

Basándose en la tesis positivista de la falsación de Karl Popper en algunos tratados sobre metodología de la investigación científica, se suele presentar como ilustración del surgimiento y final de su vigencia, de una teoría, una historieta en la cual se narran las peripecias de un investigador eventual e ingenuo. El protagonista por alguna circunstancia que no interesa, se encuentra en un descampado y necesita encender una fogata. En su valija lleva una caja de fósforos, varias piezas de hierro, unas de forma irregular, y otras en forma de barras cilíndricas, así como piezas de madera también irregulares unas y en forma cilíndrica otras. Sin seguir método alguno, trata de prender fuego con varias piezas irregulares de hierro y al no poder, prueba con varias piezas cilíndricas de madera y en su ingenuidad infiere que lo que arde debe tener forma cilíndrica. Su teoría “cilíndrica” mantiene vigencia mientras sigue utilizando cilindros de madera. Cuando ensaya con un cilindro de hierro su hipótesis se viene abajo. Aparece entonces en escena un profesor, y el protagonista tiene oportunidad de consultar la mente de la sabiduría humana que no la mente del Creador y así salir de su error.

Los científicos verdaderos, para saber la realidad de su objeto de investigación y en general de la realidad en si, sólo podrían lograr su objetivo si fuera factible “conocer la mente de Dios” en el decir de Hawking.

Como esto no es posible, llega Hawking a expresar, ateniéndose al más radical positivismo, al referirse a la realidad: “yo no sé lo que es eso”.

A los que, como su colega Roger Penrose, no sustentan ese criterio, Hawking los llama platonistas.

Habría que ver lo que piensa Penrose, de la realidad, de Platón y de la “mente de Dios”.

## **EMERGENTISMO, HOLISMO Y REDUCCIONISMO**

*“El todo y total o suma*

*son cosas diferentes*

Platón en “Teetetes”-

El concepto de Propiedades Emergentes, ha alcanzado singular relevancia dado el auge adquirido por las llamadas ciencias de la Complejidad, las cuales lo tienen como fundamental. Un sistema complejo en el sentido de nuestro tema, se caracteriza principalmente por la manifestación de propiedades emergentes. Por propiedades emergentes se entienden, aquellas que presentan los sistemas que no muestran los elementos componentes por separado. Dicho de otra manera que nos será más útil para el tema que nos proponemos: las propiedades del sistema no pueden *reducirse* a las de los elementos componentes tomados aisladamente. Hemos remarcado el término *reducirse* pues así como hay una corriente interpretativa que sostiene que

las propiedades de un sistema emergen al constituirse el colectivo y que no es posible explicarlas por las de los elementos aislados, esto es la corriente del Emergentismo, existe otra que por el contrario, afirma que las propiedades del sistema pueden *reducirse* a la de los elementos componentes tomados por separado, interpretación que se conoce como Reduccionismo. Aunque es cierto que prevalece el Emergentismo y que prácticamente resulta peyorativo el calificativo de reduccionista aplicado a un argumento, a un concepto o a una fundamentación o explicación, se presentan casos en que la posición reduccionista toma valor.

Los términos emergencia y emergentismo con el significado que nos ocupa, comenzaron a utilizarse a finales del siglo XIX

Al tratar el tema, el filósofo inglés John Stuart Mill, establece dos clases de leyes naturales. Llama leyes homopáticas a aquellas en las cuales las causas se suman para producir un efecto, como por ejemplo las fuerzas que se suman para producir una resultante. El resultado, el todo es igual a la suma de las partes. Y denomina heteropáticas a aquellas en las cuales el efecto es algo más que la suma mecánica de las partes. Al respecto se maneja el concepto de holismo que asevera que al integrarse los elementos en un sistema, el todo es algo más que su suma mecánica (El concepto de holismo de cierta manera está presente en la teoría de la Gestalt). Las propiedades que aparecen en el sistema no se advierten en los componentes por separado. Un ejemplo es una reacción química como la de los elementos cloro y sodio para dar cloruro de sodio (sal común). Ni el cloro ni el sodio por separado tienen las propiedades de la sal común. Se evidencia la emergencia, el Emergentismo lo explica. En la imagen que suele mostrarse de la “catedral” de termitas, se tiene una elocuente manifestación del

Emergentismo. la configuración y demás propiedades de la “catedral” no pueden reducirse a la suma de propiedades de las termitas por separado. (¿Surgirá la vida como propiedad emergente al consttuirse en sistema, electrones, protones, etc.?). P. C. W. Davies, ha expresado que el *¿flujo?* del tiempo “parece ser una propiedad emergente de nosotros mismos,,,”.(Ver *The Physica of Time Asimetry*, Surrey U. P., 1974).

Gran fuerza toma el Emergentismo (muy relacionado con la teoría de la evolución emergente )en las dos primeras décadas del siglo XX. La emergencia aparece también como condición definitoria del concepto de estructura según Piaget y Lévi-Strauss. En el concepto de estructura se fundamenta la corriente filosófica, metodológica, del estructuralismo.

La mente se presenta como propiedad emergente en el sistema neuronal, ninguna neurona aislada piensa. Al constituirse en sistema dos protones y dos neutrones surge la partícula alfa. Un proton o un neutrón separado del sistema no evidencia las propiedades de la partícula alfa. El llamado team work de un equipo deportivo surge como propiedad emergente que *no se evidencia* en cada miembro del conjunto. Hemos dicho *no se evidencia* en vez de “no presenta” o “no tiene” cada miembro por separado, para referirnos a que en esta diferencia de expresiones y sus significados, basan los reduccionistas sus objeciones al Emergentismo. Aducen los reduccionistas que el no observarse las propiedades del sistema en los elementos aislados, no indica que no las posean, indica solamente la ignorancia de métodos para observar su existencia. Así, en el caso de las propiedades termostáticas de los tejidos vivos que no se evidencian en las moléculas aisladas, se debe según el Reduccionismo al desconocimiento de un método de observación.adecuado al caso.

Con un ejemplo tomado de la físico-química, la oxidación del hierro, podemos analizar la diferencia entre los métodos emergentistas y reduccionistas. La formación del óxido ferroso FeO, podrían interpretarlo los defensores del emergentismo, aduciendo que sus propiedades surgen al combinarse el catión ferroso  $Fe^{+2}$  y el anión  $O^{-2}$ , sin que esas propiedades puedan explicarse por la de los iones componentes aisladamente. En este caso no resulta válida la interpretación emergentista y si la reduccionista al argumentar razonablemente que aisladamente el catión ferroso por tener dos electrones para ceder se combinará con un anión como el oxígeno que necesita dos electrones para completar su última capa. De modo que en este caso el emergentista aplicó su teoría soslayando el proceso electromagnético involucrado en una combinación química. Ante lo que acabamos de exponer pensamos que la ciencia ha de tomar una actitud pragmática ante la disyuntiva de cual de las dos metodologías que tratamos, se debe aplicar, adoptando casuísticamente aquella que mas se adecue.

No sólo para la interpretación de fenómenos y objetos naturales, esgrimen emergentistas y reduccionistas argumentos opuestos, también explican de acuerdo a sus criterios, el orden de fundamentación de una ciencia natural en otra, el cual, como veremos, da lugar a secuencias en sentidos contrarios. De acuerdo al Emergentismo la biología surge como emergencia de la química y ésta de la física, argumentando que las propiedades del átomo en física, emergen al constituirse un sistema de partículas subatómicas, propiedades que no pueden reducirse a las propiedades de dichas partículas. Lo mismo puede decirse de las propiedades químicas de la molécula que emergen de la combinación de átomos sin que puedan explicarse por las propiedades individuales de éstos, y por último las propiedades

biológicas de la célula emergen de la interacción entre las moléculas componenetas las cuales por separado en nada evidencian lo vivo. El Reduccionismo, consecuente con su teoría, trata de explicar las propiedades físicas del átomo por las de los electrones, protones, etc. las químicas de la molécula, por las de los átomos y las biológicas de la célula por las de las moléculas.(¿Podrán explicar la vida por las propiedades de electrones, protones, etc.?). La interpretación emergentista se va presentando como la mas apropiada, sin embargo, la prevalencia del Emergentismo, experimenta una disminución en la década de los años 30 del siglo XX, tomando fuerza momentáneamente, la corriente reduccionista, debido en gran parte a la posibilidad de explicar propiedades del átomo mediante el estudio del comportamiento de sus micropartículas componentes, facilitado por el advenimiento de la Mecánica Cuántica, y por otra parte al desarrollo de la Biología Molecular permitiendo la explicación de esenciales procesos biológicos por la química y la física de las moléculas.

En los años finales del pasado siglo XX, toman fuerza de nuevo las corrientes filosóficas y metodológicas en las que el concepto de propiedades emergentes aparece como fundamental. Es así que cobran importancia las teorías que conforman la Ciencia de la Complejidad como son la del Caos y la de la Termodinámica del No Equilibrio. El Emergentismo permanece presente en disciplinas que privilegian el concepto de estructura siguiendo a los ya citados Piaget y Lévi-Strauss, y lo vemos aplicarse en Sociología y en Lingüística, en esta ultima apoyando la aserción de Ferdinand de Saussure que presenta el *habla* como propiedad emergente evidenciada al constituirse los elementos de la *lengua* en sistema.

Para concluir nos parece oportuno insistir en nuestro ya esbozado criterio de que quienes se ocupan en temas de la ciencia ya sea ésta natural o humanística, no deben absolutizar la adopción de una corriente filosófica o metodológica para desarrollar su labor, sino adoptar la que su raciocinio le indique como mas adecuada. Así se servirán pragmática y casuísticamente del Emergentismo, del Reduccionismo o de cualquiera otra corriente o metodología, sin preocuparse por la etiqueta que quieran asignarles. Si bien se analiza, el “etiquetismo” de cierta manera ha significado un elemento lastrante en el desarrollo del intelecto.

## **ÍNDOLE MATEMÁTICA DEL CAOS Y EL FRACTAL**

Uno de los paradigmas mas importantes de la ciencia del siglo XXI lo constituye la Teoría de la Complejidad la cual comprende el estudio de sistemas que al constituirse en colectivos evidencian propiedades que no muestran sus elementos por separado, propiedades que reciben la denominación de emergentes. Dentro de la Teoría de la Complejidad se agrupan las vertientes del Caos y el Fractal entre otras. De Caos y Fractal tratamos a continuación.

Caos y fractal son dos conceptos matemáticos aplicables a los sistemas complejos. Conceptos que manteniendo su esencia matemática originaria, pueden extenderse y de hecho se han extendido a otras áreas de conocimiento e investigación como son la física, la biología, la química, y otras. La adaptación de



los conceptos ha de ser de fondo y no desvirtuada por uso inadecuado del significado que en el lenguaje corriente tienen los vocablos que los denominan.

El caos es una situación que se presenta por ejemplo en el desarrollo de procesos como el crecimiento y decrecimiento de la población  $X$  de una especie animal en determinadas condiciones ambientales caracterizadas por el valor  $K$  de la tasa anual de crecimiento. Pudiera pensarse que en determinado momento la población o número de ejemplares de la especie  $X$  es  $K$  veces la población que había anteriormente al crecimiento o decrecimiento que se investiga o sea que se cumpla:

$$X \text{ actual} = K (X \text{ anterior})$$

Pero la práctica demuestra que lo que se cumple es que la población (actual) es  $K$  veces la población  $X$  (anterior) disminuida en el cuadrado de esa  $X$  (anterior), esto es:

$$X \text{ actual} = K (X \text{ anterior} - X \text{ anterior al cuadrado}) \quad (1)$$

Puede hacerse la prueba de que tomando como  $X$  (anterior) 0.8 millares de ejemplares,  $K = 2$  y sustituyendo en (1), tomando el resultado del cálculo como nueva  $X$  (anterior) sustituido de nuevo en (1) y repitiendo este proceso o sea iterando varias veces, al llegar al resultado  $X$  (actual) = 0.5, éste empieza a repetirse indicando que en este valor de la población, en este número de ejemplares, la población se estabiliza. Se dice entonces que este valor, 0.5, constituye un atractor.

Para valores mayores de la tasa anual de crecimiento  $K$ , al llegar iterando en (1) al atractor, en vez de ser un valor de  $X$  (actual) el que se repite, son varios constituyendo un ciclo de período igual al número de valores de  $X$  (actual) que se repiten. Al seguir aumentando  $K$  el periodo de los ciclos aumenta tendiendo a infinito, hasta que llega un momento que ya no habrá valores

que se repitan, no habrá atractores, es entonces que se dice que se ha llegado al caos. Ya pasado el valor de  $K$  que marcó el comienzo del caos, se puede comprobar otra muy importante propiedad del caos, la que lo caracteriza, que consiste en que si se toma un valor inicial de  $X$  y se efectúa la iteración de (1) varias veces, los valores que se obtienen diferirán notablemente de los que se obtengan dándole a  $X$  un valor insignificamente diferente del que se le había dado antes.

Si en un segmento de recta horizontal tomamos a partir de un punto  $O$ , segmentos pequeños de longitud igual a los valores de  $X$  de un ciclo cercano al caos, los extremos de los pequeños segmentos configurarán lo que se llama un fractal, en este caso el Fractal de Cantor. El Fractal de Cantor se dibuja tomando un segmento, dividiéndolo en tres partes iguales, suprimiendo la parte central y repitiendo en cada parte que quede el mismo procedimiento una y otra vez. Los fractales en general tienen dimensión fraccionaria y una porción de ellos, por pequeña que sea reproducirá a escala menor la figura del fractal total..

Vemos pues que caos y fractal son conceptos originariamente matemáticos.

## **LA DIMENSIÓN FRACTAL**

El concepto de fractal aunque utilizado en las mas diversas manifestaciones del quehacer intelectual, surge en el contexto de la geometría. El fractal es un ente geométrico el cual, en su desarrollo espacial, va reiterando una misma forma cada vez a

una escala menor, de manera que cualquier porción del mismo reproduce a escala la forma de la totalidad.

Característica fundamental de los fractales es su dimensión la cual permanece invariante en cada reiteración autosemejante de la forma seminal.

La dimensión (el “número de dimensiones”) del fractal, a diferencia de la de las figuras de la geometría habitual, es un número fraccionario, el cual se calcula mediante la fórmula de Hausdorff (dimensión de Hausdorff) que como veremos mas adelante también puede aplicarse para determinar la dimensión de las figuras de la geometría aprendida en la escuela.

Mostraremos la construcción de fractales y el cálculo de su dimensión tomando como ejemplo uno de los mas conocidos: el fractal de Koch. Se traza un segmento de recta el cual se divide en tres partes iguales. Con la parte central como base se levanta un triángulo equilátero. Esta operación se reitera en cada uno de los lados de triángulos que van resultando, proceso que teóricamente se prolonga hasta el infinito. Si se designa por  $r$  el número de partes en que se divide el segmento inicial (en el ejemplo  $r=3$ ), por  $N$  el número de reproducciones del segmento inicial que resultan en cada iteración ( $N=4$ , en nuestro caso), la dimensión de Hausdorff se calcula mediante la fórmula:  $D = \log N / \log r$ , la cual para el fractal de Koch nos da  $D=1.262$ .

Veamos como calcular la dimensión de un dado aplicando la fórmula de Hausdorff. Dividamos cada arista en dos y por las marcas de división dividamos el dado en ocho partes iguales. Tendremos  $r=2$  y  $N=8$  con lo que  $D = \log 8 / \log 2$  y  $D=3$  como sabemos y que nos ha servido para evidenciar la universalidad de la dimensión de Hausdorff.

Por lo importante que resulta en la Teoría del Caos, aplicaremos el algoritmo descrito al fractal denominado Conjunto de Cantor.

Un segmento rectilíneo se divide en tres partes iguales y se suprime la parte del medio reiterándose la operación en cada segmento no suprimido. Tendremos  $r=3$  ,  $N=2$  y por tanto:  $D=\log 2/\log 3=0.631$ .

Además de los procedimientos descritos para obtener fractales mediante algoritmos, esas figuras geométricas pueden obtenerse por computación aplicando mapas iterativos de la forma:  $Z^2_{n+1} = Z^2_n + C$  donde  $Z$  y  $C$  son números complejos que podemos representar en la forma  $(p,q)$  coordenadas de un punto del plano.. Se comienza con un punto  $Z_n(a,b)$  para una constante  $C(e,f)$  y se va iterando mediante el mapa que mostramos, apareciendo puntos  $Z_{n+1}(c,d)$  los cuales van conformando el fractal. Así se han obtenido los fractales de Mandelbrot y de Julia, de gran valor estético. Pero la importancia de los fractales va mucho más allá de lo estético, fractales se presentan en la naturaleza, en los vegetales, en las formaciones, rocosas, en la periodicidad de múltiples fenómenos físicos, biológicos, cósmicos y de otra naturaleza, y revisten singular importancia en la fundamentación de teorías como la de la renormalización y la ya mencionada del caos.

## **Bibliografía**

- Gleik, J. 1988. Chaos. Penguin Books. New York
- Strogatz, S. 2000. Non Linear Dynamics and Chaos. Perseus Books Group. Cambridge.
- González, J., y R. Ávila. 2005 La Ciencia que Emerge con el Siglo. Editorial Academia. La Habana.
- González, J. 2007. La Geometría Fractal. En [www.casanchi.com](http://www.casanchi.com)

# LA TEORÍA DE LA COMPLEJIDAD

## THE COMPLEXITY THEORY

**RESUMEN:** En este trabajo se presenta una panorámica de los conceptos fundamentales de la Teoría de la Complejidad, de sus vertientes y ciencias afines: el caos, los fractales y la termodinámica, así como de su influencia en las diferentes ramas del conocimiento universal.

**PALABRAS CLAVE:** complejidad      caos      fractales  
termodinámica

**ABSTRACT:** In this paper a panoramic about fundamentals concepts in Complexity Theory and related themes as chaos, fractals and thermodynamics, is presented as well as its influence in several branches of the universal knowledge.

**KEY WORDS:** complexity      chaos      fractals thermodynamics.

## **INTRODUCCIÓN**

La complejidad es una forma de analizar, de reflexionar sobre determinados aspectos de la naturaleza, la sociedad y el pensamiento, los cuales presentan ciertas características que los clasifican como sistemas de comportamiento complejo.

### **Desarrollo**

Los sistemas de comportamiento complejo necesitan para ser determinados de un programa que medirá el grado de complejidad por la cantidad de información que contenga. En términos matemáticos, por el número de bits o longitud del programa. Característica esencial de estos sistemas es el hecho de que constituyen colectivos en los que surgen propiedades al constituirse éstos que no presentaban sus elementos aisladamente.. A éstas se les llama propiedades emergentes. Las variaciones en la cantidad, valor y propiedades en general de los sistemas que estudia la complejidad, no lo hacen de forma directamente proporcional o como se dice en matemáticas de forma lineal, sino de

forma no lineal. La no linealidad se manifiesta matemáticamente en las ecuaciones dinámicas que modelan el sistema, en la aparición de potencias de las variables desiguales a uno.

Las variaciones que experimentan los sistemas de propiedades complejas pueden llegar a situaciones en que no sean predecibles y que muy pequeñas variaciones en las condiciones iniciales, provoquen grandes cambios irregulares, no periódicos, en las propiedades, cantidades o valores del sistema. Se dice entonces que se ha llegado al caos, teniendo este vocablo una connotación especial en la teoría que estudia la complejidad. Es un concepto que, como otros de la Teoría de la Complejidad, tuvo su origen en las matemáticas y fue estudiado con mas amplitud por el climatólogo norteamericano Edward Lorenz. Hay ecuaciones o sistemas de ecuaciones que a partir de ciertos valores de las variables, los valores que siguen resultan impredecibles, aperiódicos, se dice entonces que se ha llegado al caos determinista, determinista porque se somete, aún con las características citadas, a regularidades que se estudian y se tratan con métodos de las ciencias exactas , naturales y humanísticas.

Esa característica de los sistemas en régimen de caos, de pequeñas causas provocando notables cambios en los efectos, ha pasado a la cultura pudiéramos decir popular, descrita como que “el aleteo de una mariposa en New York es capaz de provocar un tiempo después un huracán en Beiguin”, lo que ha motivado que el caos sea conocido como Efecto Mariposa. Y ya llegado a este punto podemos ir comprendiendo como conceptos como el de caos y otros de la Complejidad, manejados inteligentemente y con cabal

entendimiento del concepto en su significado originario, pueden ser extrapolados a otras ramas del conocimiento universal y con procedimientos análogos de razonamiento a los originarios, enriquecer teorías de disciplinas como, economía, sociología, filosofía, psicología además de las distintas ramas de la ciencia, física, química, biología, que fueron donde surgieron los conceptos básicos de la Complejidad.

Además, y esto es muy importante, la Teoría del Caos debida a Edward Lorenz, vertiente principal de la Complejidad,, al mostrarnos que en un momento dado multitud de procesos se hacen impredecibles, y que esto es algo que forma parte de la realidad, que no podemos evitar, el enfrentarnos racionalmente a esta realidad y actuar en consecuencia, es algo que nos lo permite el estudio a fondo de la Teoría del Caos. Nos permite trazar estrategias ante eventualidades en todos los terrenos de la vida. Hace unos años ocurrió que en México y mas tarde en varios países asiáticos, hubo una caída estrepitosa de las bolsas de valores, las cuales comenzando en puntos localizados, se propagaron caóticamente por casi todo el mundo por lo cual remedando lo del Efecto Mariposa, se les llamó a esos eventos, Efecto Tequila al de México y Efecto Dominó al asiático. Muy presente estuvo la Teoría del Caos y por ende la de la Complejidad en los pasos dados por los economistas para superar esas crisis. No obstante lo que puede intuirse de la explicación anterior, no puede olvidarse que el origen del concepto caos en el contexto, es de índole matemático. Ciertos procesos naturales como el aumento de la población de una especie animal en determinadas condiciones, puede estudiarse mediante un mapa iterativo como el logístico:



$x_{n+1} = kx_n(1 - x_n)$  donde las  $x$  representan las poblaciones en la etapa que se estudia y la anterior, y la  $k$  es la tasa de crecimiento. Para cierto valor de la tasa de crecimiento, los valores de la población comienzan a repetirse periódicamente constituyendo ciclos o períodos que van aumentando en componetes, llegan a ser muy largos y a partir de cierto valor de la tasa se pierde la periodicidad y es cuando se presenta la condición de caos. Pero es el caso que a las puertas del caos. si colocamos, los valores poblacionales de un período como puntos de un eje coordinado, la disposición de éstos adopta un configuración consistente en la repetición cada vez a menor tamaño, de un patrón geométrico, constituyendo lo que se llama un fractal. De la repetición cada vez a menor tamaño de un mismo patrón geométrico se dice que es un proceso de autosemejanza el cual se realiza manteniendo constante el factor de reducción, característica llamada Invarianza de Escala, la cual se presenta en fenómenos naturales que ocurren en sistemas complejos lejos del equilibrio cercanos al punto de transición de fase o punto crítico. De los fractales también se ocupa la Teoría de la Complejidad.

Tanto la Teoría del Caos como la de los Fractales resulta tema de referencia actualmente, en el análisis de fenómenos relacionados con la economía y con las finanzas, sobre todo al tratar de las crisis periódicas o cíclicas, de períodos no muy largos o sumamente largos como las que a nivel mundial se han producido a mediados del siglo XX y principios del XXI. Autosemejanzas que presentan estos eventos, inteligentemente estudiadas pueden, mediante los conceptos de la fractalidad, ofrecer enseñanzas que sirvan

para aminorar o hasta evitar los efectos de las citadas crisis, y no dar motivo a actitudes de negativa resignación.

Otra muy importante vertiente de la Complejidad la constituye la Termodinámica de No Equilibrio, que, como su nombre indica tiene su origen en la termodinámica, pero que sus conceptos esenciales extrapolados racionalmente pasan a ser poderoso instrumento investigativo en disciplinas como la sociología y la economía. En esta vertiente de termodinámica de no equilibrio y a partir de los aportes del Nobel belga Ilya Prigogine., se hace énfasis en los conceptos de equilibrio y orden que partiendo de la termodinámica son conceptos antagónicos aunque parezca extraño. En este contexto, el equilibrio es el estado al que espontáneamente tienden los sistemas y si bien se analiza, esa tendencia es hacia el desorden. Enciérrese un gas en una caja y de momento ábrase un extremo de ésta; espontáneamente las moléculas del gas se regarán, se desordenarán y en ese desorden permanecerán, será su estado natural, su estado de equilibrio como entiende la termodinámica. Para ordenar las moléculas del gas de nuevo habría que hacer fuerza sobre ellas, empujarlas hacia la caja. El orden no es espontáneo, hay que imponerlo, bien que lo sabemos. Pero un sistema equilibrado no suele ser útil. Un gas en una jeringuilla sin émbolo, está desordenado, en nuestro contexto equilibrado, pero no produce movimiento. Si lo comprimimos con un émbolo, lo ordenamos, lo desequilibramos pero estará apto para realizar un trabajo cuando soltemos el émbolo y se expanda. Es por ello que, aunque parezca paradójico, para lograr movimiento es necesario propiciar el no equilibrio. Manejado racionalmente este hecho puede resultar positivo en importantes momentos.

En los saltos cualitativos de cambio de estructuras socioeconómicas, se suelen presentar. en el momento de producirse, inestabilidades, desequilibrios, que pueden tomar la forma de contradicción entre las fuerzas productivas y las relaciones de producción aunque esto no signifique una necesidad histórica. La termodinámica de no equilibrio predice y así se cumple, que a partir de la inestabilidad, del no equilibrio, la estructura se estabiliza en un nuevo estado. Pero como todo orden hay que mantenerlo pues no es espontáneo como vimos. Para lograr ese orden sostenido gran aporte hace la Teoría de la Complejidad sobre todo en la vertiente de la termodinámica de no equilibrio debidamente extrapolada desde sus conceptos originarios. Así como hemos visto que en general el no-equilibrio es lo deseado, es mas, se presentan casos en los cuales lo deseable es que un organismo no alcance el no-equilibrio pues no deseamos su estabilización. Un ejemplo nos lo presenta el distinguido médico colombiano Dr. José Félix Patiño quien estima que un ente indeseado como es el cáncer, en su tratamiento ha de buscarse el que no alcance el no- equilibrio para que no logre mantener su maligno ordenamiento

## **Conclusiones**

En la actualidad a nivel mundial se realizan intensos estudios de la Complejidad. .En los planes de estudio de las enseñanzas superior y media aparecen destacados espacios dedicados a la Teoría de la Complejidad a nivel mundial.

Antes de finalizar debemos expresar nuestra opinión de que, quienes seducidos por el sugerente significado que algunos de los términos del glosario de la Complejidad tienen en el lenguaje común como caos y complejidad, se sienten motivados a incursionar en extrapolaciones de conceptos, antes deben adentrarse en los fundamentos originarios de los mismos, casi todos concebidos en el campo de las matemáticas y las ciencias naturales, para evitar caer en lo metafórico y en la posible apropiación errónea de conceptos.

## **Bibliografía**

Gleick, J. 1988. Caos. Pnguin Books. New York.

González, J. 2001. Ciencia, Arte y Literatura. Editorial Holguín. Holguín.

\_\_\_\_\_ 2006. Tratamiento de los Sistemas Dinámicos.  
En [www.casanchi.com](http://www.casanchi.com)

González, J. y R. Ávila. 2004. La Ciencia que Emerge con el Siglo. Editorial Academia. La Habana.

## **Mapas Iterativos y Caos**

El tratamiento de los sistemas dinámicos que varían continuamente con el tiempo tiempo, suele efectuarse a base de ecuaciones como:

$$dx/dt=f(x)$$

$$dy/dt=f(y)$$

sin embargo los sistemas dinámicos de variación discreta es posible resolverlos mediante mapas iterativos del tipo:

$$x_{n+1}=f(x_n)$$

los cuales se procesan como su nombre sugiere, comenzando con sustituir el valor de la variable en el segundo miembro (variable independiente) y el resultado de la operación tomarlo como nuevo valor de la variable independiente e ir reiterando el proceso el número de veces que sea necesario

Un primer ejemplo de utilización de mapas iterativos, lo haremos con uno mediante el cual puede calcularse la raíz cuadrada de 2 con el número de cifras decimales que deseemos. El mapa en cuestión tiene la siguiente forma:

$$x_{n+1}=1/2(x_n+2/x_n)$$

Antes de comenzar el proceso, vamos a justificar el uso de dicho mapa para calcular  $\sqrt{2}$ .

Comenzamos por plantear una ecuación que tiene la misma forma que la del mapa pero sin subíndices:

$$x=1/2(x+2/x)$$

la cual mediante pasos muy sencillos podemos transformar en la igualdad:  $x=\sqrt{2}$

que nos justifica que la iteración del mapa antes presentado nos dará la raíz cuadrada de 2 con el número de cifras decimales que querramos.

Comencemos la iteración dando a la variable en el segundo miembro (variable independiente) el valor 1. El resultado es 1.5. Como antes indicamos, ese será el nuevo valor de la variable independiente y ahora el resultado será 1.4166.... Se continuará la iteración y ya en la número 11 se tendrá el valor 1.4142....que es la aproximación que suele tomarse por lo general como valor de  $\sqrt{2}$ .

No obstante, el ejemplo que acabamos de ver no es del tipo mas utilizado como lo son los que se aplican al tratamiento de sistemas dinámicos de la física, la química, la biología, las ciencias sociales, la economía y otras especialidades.

Ejemplo paradigmático de mapa iterativo aplicado a sistemas dinámicos lo es sin dudas el mapa logístico, no sólo por su importancia práctica sino y sobre todo, por sus excepcionales y sorprendentes propiedades.

El mapa logístico tiene la siguiente expresión:

$$x_{n+1}=kx_n(1-x_n)$$

y se aplica principalmente a problemas de crecimiento poblacional de especies animales o de semejante índole.

Por  $x_{n+1}$  (variable dependiente) se representa la población en la etapa o generación  $n+1$  de la especie que se trate, con  $x_n$  (variable independiente) se

simboliza la población en la etapa  $n$  y con  $k$  la tasa de crecimiento que dependerá de las condiciones ambientales, climáticas, alimentarias, etc.

Veamos un ejemplo: Sea el caso en el cual se quiere investigar la población en millares de ejemplares, en las etapas que van a seguir (variable dependiente) conociendo la población en cada etapa anterior (variable independiente) y la tasa de crecimiento. Tomemos como valor inicial de la variable independiente 0.8 (quiere decir 0.8 millares de ejemplares), con una tasa de crecimiento de 2. Comenzamos la iteración en el mapa logístico. La primera da 0.32, la segunda 0.435, la tercera 0.5 y al tratar de seguir la iteración nos encontramos que continuará dando 0.5. Vemos aquí una de los sorprendentes hallazgos que se presentan en el mapa logístico y otros similares: la llegada a un valor estacionario, fijo o atractor como suele llamársele, el cual se caracteriza por ser igual para la variable independiente y para la variable dependiente, significando en la práctica que la población se mantiene invariable.

Si se va aumentando el valor de  $k$  se llega a uno en el cual los atractores serán dos, y así se va llegando a valores de  $k$  en los cuales comienza a duplicarse el número de atractores o ciclo de atractores. Por ejemplo al llegar  $k$  a 3,5 el ciclo será de cuatro atractores porque el anterior (que no hemos efectuado aquí) fue el de dos.

La separación o distancia entre los puntos (valores de  $k$ ), de duplicación del ciclo se va haciendo cada vez

menor, pero la relación entre la distancia de separación entre dos ciclos consecutivos y la distancia análoga anterior, se mantiene constante. Esta es otra de las interesantes propiedades que presentan mapas iterativos como el logístico y que fue descubierta por Mitchell Feigenbaum por lo que en su honor dicha constante se denomina Constante de Feigenbaum.

El descubrimiento de Feigenbaum constituyó un hecho trascendental en la historia de las matemáticas y la constante que lleva su nombre alcanza una importancia similar a la de otras como  $\pi$ .

Singular importancia presenta el gráfico que resulta de tomar en el eje de abscisas los valores de  $k$  en cada punto de bifurcación y en el de ordenadas los valores de los atractores. De esta manera a la abscisa  $k=2$ , le corresponderá, como vimos, la ordenada 0.5. A partir del punto (2,0.5) se traza una línea paralela al eje de abscisas hasta llegar al punto de comienzo del ciclo de dos atractores. A cada uno de estos dos atractores se le hace corresponder una línea paralela al eje de abscisas que llegarán hasta el punto de la siguiente bifurcación. Se habrá conformado hasta ahí en el gráfico, la figura de una horquilla o Y paralela al eje de abscisas. Al llegar al valor de  $k$  de la siguiente duplicación, cada rama de la horquilla se bifurcará, y así sucesivamente se irán formando horquillas cada vez mas pequeñas y por el hallazgo de Feigenbaum, mas cercanas entre si.

Al fijarnos en ese gráfico llamado Diagrama de Feigenbaum, nos damos cuenta de una mas de las sorprendentes propiedades de los mapas iterativos: la



condición de fractal del gráfico y por ende del proceso de evolución iterativa de los procesos que los mapas representan. Es por esto último que tan relacionadas están las Teorías de los Fractales y del Caos del cual pasamos a tratar a continuación,

En efecto, al llegar  $k$  a un valor muy cercano a 4, ya no se presentan repeticiones, ciclos de atractores, el proceso ha perdido periodicidad y aparece también el hecho de que muy pequeñas variaciones del valor inicial de la variable independiente, genera notables variaciones de los valores que se obtienen. Esta situación de no periodicidad y gran sensibilidad a las variaciones de las condiciones iniciales constituye lo que ha dado en llamarse *caos*.

La fractalidad es decir, la aparición de orden en el aparente absoluto desorden del caos, no sólo se presenta en la *ruta hacia el caos* antes vista, sino también *a las puertas del caos* (muy próximo a  $k=4$ ) y ya en plena situación de caos. En las cercanías del comienzo del caos, si los valores de los atractores se situaran como puntos en un eje de abscisas (o de ordenadas), quedarían dispuestos de tal forma que remedarían el fractal llamado Conjunto de Cantor el cual se construye a partir de un segmento de recta que se divide en tres partes iguales, se suprime la del centro y se sigue iterando este proceso en cada uno de los segmentos que van apareciendo hasta que éstos semejan puntos. De nuevo en pleno caos aparecerá el fractal de Cantor en una configuración llamada *atractor extraño* que surge de la representación gráfica de las soluciones del sistema de ecuaciones

diferenciales que aparecen en el primer párrafo de este trabajo, aplicadas a la situación de caos.

La aparición y desarrollo de la Teoría del Caos a mediados del pasado siglo XX, se debe a los trabajos del climatólogo Edward Lorenz.

El comienzo de las investigaciones de Lorenz, fueron motivadas al notar que las predicciones del tiempo a partir de ciertos datos con determinado número de cifras decimales, diferían notablemente de las que se hacían tomando un número ligeramente mayor de éstas.

Se ha popularizado sobre el caos, una metáfora, en nuestra opinión no muy adecuada, en la cual se expresa que “el leve aleteo de una mariposa en San Francisco puede ser capaz de provocar un huracán en Beigun” (o algo por el estilo), la cual ha motivado que al caos se le llame “Efecto Mariposa”. El caso es que la Teoría del Caos ha pasado a constituir uno de los paradigmas de la ciencia de nuestros días.

### **Bibliografía**

Peiten-Jurgens. Chaos and Fractals.

Strogatz. Nonlinear Dynamics and Chaos.

Zill. Differential Equations.

## **LA INVARIANZA DE ESCALA**

### **Resumen**

*Se muestra un acercamiento al concepto de Invarianza de Escala, una propiedad que presentan los sistemas complejos en la cercanía de los puntos críticos o de transiciones de fase de segundo orden, característica frecuentemente olvidada en la literatura al respecto.*

## **Abstract**

*An approach to the Scale Invariance, a feature of the complex systems in the neighborhood of critical points of second order phase transition, a frequently forgotten subject, is shown in the present paper.*

## **Introducción**

En los artículos, monografías, libros, etc. que tratan la Teoría de la Complejidad, aparecen como características definitorias de los Sistemas Complejos, la aparición de Propiedades Emergentes, esto es, las que surgen en el colectivo pero no presentadas por los componentes aislados, así como la longitud en bits del programa informático correspondiente entre otras de menor peso. Sin embargo no suele hacerse alusión a una propiedad muy importante de dichos sistemas que se presentan en la cercanía de los puntos críticos o de transición de fase. Esa propiedad es la de Invarianza de Escala y para tener idea de en que consiste, tendremos que referirnos a las teorías del Fractal y de la Renormalización, así como al concepto de *autosemejanza*.

## Desarrollo

Aunque fractales encontramos en la naturaleza y son los que nos van a interesar en lo que sigue, el concepto de Fractal es esencialmente geométrico. El Fractal es un ente geométrico el cual en su desarrollo espacial va repitiendo una misma forma, esto es, se repite autosemejantemente, y esto se realiza a una escala cada vez menor. Tal proceso permite que un “zoom” de una pequeña parte del fractal reproduzca la forma total del mismo. De manera que la forma reiterada va teniendo menor tamaño, pero hay algo que se mantiene constante y es la Dimensión Fractal o Dimensión de Hausdorff, la cual en los fractales es fraccionaria.

Ejemplos de fractales en la naturaleza lo constituyen las costas de los territorios. Una costa, vista desde muy alto, se muestra como una curva suave, pero en un acercamiento o zoom,, nos mostrará su compleja estructura fractal. La propiedad de autosemejanza permitirá observar a distintas escalas propiedades del objeto observado percibibles a determinada escala que en otras no lo son. La técnica para utilizar la autosemejanza para advertir propiedades a determinada escala que a otra no lo podemos hacer, se basa en la muy importante y no muy fácil de asimilar (ver Feynman 1988), Teoría de la Renormalización debida a Kenneth Wilson la que esencialmente se basa en la Invarianza de la Escala a la cual implícitamente ya hicimos mención al referirnos a la permanencia de la Dimensión Fractal en la iteración de la forma fundamental.

Como ya adelantamos, la Invarianza de la Escala se presenta como propiedad de los Sistemas Complejos en la proximidad de los puntos críticos o de transición de fase. Para explicar lo expuesto, tomaremos como ejemplo el proceso del sistema dinámico no lineal del crecimiento poblacional de una especie animal conociendo el número  $x$  de ejemplares en un momento dado y el valor  $r$  de la tasa de crecimiento, el cual irá variando de acuerdo a las condiciones que influyen sobre el proceso. El proceso se modela matemáticamente mediante un mapa iterativo conocido como Mapa Logístico, el cual lo presentamos así:  $f=rx(1-x)$  donde  $f$  es el número de ejemplares que seguirá en la siguiente iteración a la que correspondió un número  $x$  de ejemplares de la especie animal en cuestión. Un valor de  $x$  tal que  $x=f$ , corresponde a lo que se denomina un punto fijo y si además se cumple que para un valor de  $r$ ,  $\partial f/\partial x=0$  donde  $x$  es la del punto fijo, a dicho punto se le llama superestable y el correspondiente valor de  $r$  se designa por  $R_n$  donde  $n$  es el número de renormalizaciones que se efectúen como explicaremos mas adelante.

Con un ejemplo numérico mostraremos como se emplea el mapa iterativo para seguir la evolución cuantitativa de una población. Si el número de ejemplares al inicio es de  $x= 0.8$  millares y la tasa de crecimiento es de  $r=2$ , ponemos estos valores en el mapa obteniendo

$f=0.32$ . Este será la nueva  $x$ , la ponemos en el mapa y dará  $f=0.44$ . con esta nueva  $x$  volvemos al mapa y da  $0.5$ . Tratamos de seguir iterando y nos vuelve a dar  $0.5$  y eso se repetiría claro está, eternamente. Indica que el crecimiento se ha estacionado en  $0.5$  millares de ejemplares. A un valor estacionario como  $0.5$  se le llama atractor. Si la tasa de

crecimiento se hace igual a 3 y comenzamos la iteración con 0.699 millares y comenzamos a iterar nos dará primero 0.63. Al tcontinuar nos vuelve a dar 0.699 y así, nos encontramos con dos atractores o ciclo de dos atractores. En realidad el atractor es el ciclo pero en aras de la brevedad suele llamársele atractores a sus componentes también.. Con una tasa de 3.4, al iterar nos encontraremos con un ciclo de cuatro atractores. Al aumentar la tasa a 3.5, el ciclo será de ocho atractores. De esta forma para ciertos valores de la tasa, el ciclo se irá duplicndo. Para valores de la tasa de crecimiento 4 en adelante, se pierde toda periodicidad, no se producirán mas atractores, se habrá llegado a lo que se conoce como Caos. El valor de aproximadamente 4 para r marcará un punto crítico en el proceso que hemos analizado, un punto crítico, una transición de fase de segundo orden lejos del equilibrio, comparable al paso de un material de ser paramagnético a ferromagnético.

Para comprender mejor la Invarianza de la Escala en las condiciones expuestas para los Sistemas Complejos, lo cual es el tema que nos ocupa, necesitamos referirnos a un famoso diagrama perfeccionado por Mitchel Feigenbaum basado en la idea de Robert May. En el eje horizontal del diagrama se sitúan los valores de la tasa  $r$  para los cuales se producen las duplicaciones de ciclos. Esos valores de  $r$  toman el nombre de puntos de bifurcación. Se sitúan en el eje vertical del diagrama los valores  $x$  de la población a los cuales, cuando se necesite destacarlos, les corresponderá una línea horizontal que en el primer punto de bifurcación se desdoblará en dos, semejando una horquilla en la cual a cada rama le corresponderá un valor resultado de la iteración que le dio lugar. Así en el ejemplo anterior al valor de  $x=0.8$  le

corresponderá una línea horizontal (tronco de la horquilla) que al llegar al punto de bifurcación de abscisa  $r=3$  se desdoblará en dos valores (ramas de la horquilla): 0.699 y 0.63, Esas ramas se prolongarán hasta el punto de bifurcación  $r=3.4$ , y cada una de ellas se prolongará hasta el punto de bifurcación  $r=3.5$  y cada una de las cuatro ramas se bifurcarán y así seguirá un proceso de bifurcaciones que evidencia aumento en la medida de la Complejidad según se vaya acercando a  $r=4$  en la frontera del Caos, dando lugar a la figura que en las publicaciones ilustran al Diagrama de Feigenbaum y que ha pasado a constituir un icono de la Teoría del Caos.

La frontera del Caos ( $r$  algo mayor que 4), constituye lo que hemos estado llamando punto crítico donde ocurre algo similar a una transición de fase no equilibrada. En la ruta hacia el Caos y a las puertas del mismo, se manifiesta un desarrollo de autosemejanza a escala constante (Invarianza de la Escala) de reducción que nos muestra un comportamiento fractal.

El fenómeno de periodicidad descrito, motivó a Mitchel Feigenbaum para buscar una matematización del proceso en cuestión. La “imagen” que se reitera en el proceso fractal en la ruta hacia el Caos, la conforma la horquilla. En su periodicidad encontró Feigenbaum dos relaciones invariantes. Una de ellas entre las distancias de cada punto de bifurcación con el que le antecedente y al que le sigue. La otra relación es entre la separación de las ramas de cada horquilla con esa separación en las horquillas que le siguen.

Para el tema que nos ocupa, esa relación entre separación de ramas de las horquillas es la que nos interesa. Feigenbaum encontró que para un número *muy grande* de iteraciones (gran acercamiento entre las  $r$  de bifurcación), esa relación a

la cual llamó  $\alpha$ , tiende a un valor cada vez mas próximo a 2.5029. Este valor constituye la escala de reducción invariante y ha venido a constituir una constante universal de la misma índole que  $\pi$ .

En lo anterior hemos recalcado lo muy grande del número de iteraciones para tomar cuenta de la existencia del factor de escala de reducción  $\alpha$ , pudiera decirse factor de aproximación de las ramas. Sólo en esa gran aproximación imposible materialmente de observar pudo Feigenbaum demostrar la existencia de  $\alpha$  y para ello se valió del ya citado recurso de la renormalización, reduciendo matemáticamente una iteración observable mediante el escalado  $x \rightarrow x/\alpha$ .

Si se designa por  $f(x,r)$  la Ecuación Logística para cierto valor de  $x$  y por  $f^2$  la iteración de  $f$  que inicia la bifurcación, se cumplirá la siguiente igualdad:  $f(x, R_0) = \alpha f^2(x/\alpha, R_1)$  para una primera normalización, y para  $n$  normalizaciones se cumplirá:  $f(x, R_0) = \alpha^n f^{2^n}(x/\alpha^n, R_n)$  que será una función *universal*, entendiéndose por ello que es independiente de la  $f$  original, la cual a las puertas del Caos *sobrevive* en función de  $x/\alpha^n$  y así con  $n$  tendiendo a infinito. ésto es a las puertas del Caos, se tiene:

$g(x) = \alpha^n f^{2^n}(x/\alpha^n, R_{n+1}) = \alpha g^2(x/\alpha)$  para  $n$  tendiendo a infinito (gran acercamiento entre las  $r$  de bifurcación), igualdad que se cumplirá si  $\alpha = -2.5029$  para los valores de  $r$  a las puertas del Caos, constante que Feigenbaum calculó y demostró mediante la Teoría de la Renormalización.

## Conclusiones



La propiedad de los Sistemas Complejos que hemos expuesto, la Invarianza de Escalado, no obstante su importancia, es un tema poco tratado en la literatura de divulgación de la Teoría de la Complejidad, y esto se debe en gran parte a la necesidad de utilizar la matemática para su explicación, lo cual significa un obstáculo para quienes se han acercado a tan importante teoría de interés multidisciplinario, sin poseer una formación académica en matemáticas. Dada la posibilidad, que mucho nos agradaría de que lo aquí expuesto sea utilizado también por quienes no cuentan con el suficiente background, e intentando atenuar en lo posible dicha dificultad, hemos preparado este trabajo utilizando una matemática muy elemental que pretende estar didácticamente dosificada

## **Bibliografía**

- Feynman, R. 1988. The Strange Theory of Light and Matter. Princeton University Press. Princeton.
- Gleick, J. 1988. Chaos. Pinguin Books. New York.
- Peitgen, H. 2004. Chaos and Fractals. Springer. New York.
- Strogatz, S. 2000. Non Linear Dynamics and Chaos. Perseus Books Publishing. Cambridge.

## **DINÁMICA DE LOS PROCESOS PERIÓDICOS NATURALES Y SOCIOECONÓMICOS**

### **Resumen**

*Se trata en forma general de la dinámica de los procesos cíclicos naturales y económicos y las crisis financieras periódicas utilizando los métodos de la dinámica no lineal y los conceptos de Caos y Fractal.*

## **Introducción**

Tanto en la naturaleza como en la sociedad se producen procesos que cada cierto tiempo se presentan con idénticas o al menos muy parecidas características y consecuencias, con una periodicidad bastante precisa en los naturales y no tanto en los sociales. La sucesión periódica de días y noches, de estaciones del año, de temporadas ciclónicas, los ritmos circadianos, los mas notables entre otros muchos, son ejemplos de procesos periódicos, cíclicos u oscilatorios naturales. Como ejemplo mas conocido de este tipo de procesos en la sociedad, aparece el de las fluctuaciones en los precios y los ciclos de crisis financieras a nivel mundial, como las de mediados del siglo XX y principios del XXI.

## **Desarrollo**

Para el análisis que nos proponemos de la dinámica de los procesos periódicos, es preciso remitirnos a los métodos de las ciencias naturales y los de las ciencias sociales, teniendo presente que éstos últimos, aunque utilizan instrumentos comunes como el de las matemáticas, el objeto de análisis en las ciencias naturales es un ente que no puede evitar cumplir las leyes que la naturaleza le impone, mientras que el ente

social tiene autonomía de comportamiento el cual no siempre es racional o conveniente.

Sin embargo como veremos al exponer la tesis central de nuestro trabajo, el Hombre con su tinteligencia y voluntad, puede influir sobre los parámetros que regulan los procesos periódicos, en menor grado en los naturales, pero significativamente en los sociales, descalificando la inercia ante las catástrofes económicas y financieras cíclicas adoptando el cómodo y en general falso argumento de la inevitabilidad. Para ello es necesario que quienes manipulen estos procesos, posean el suficiente conocimiento de las leyes que los rigen, que sepan discernir entre aquello sobre lo que existe certidumbre o por el contrario incertidumbre y ante ésta actuar en consecuencia. Que tengan la capacidad de acopiar conocimientos del momento en que se está produciendo la “cresta” de la onda que viene a ser un proceso periódico. lo mas posible para utilizarlos positivamente en una próxima aparición de semejante situación.

Presentamos como primer ejemplo de proceso periódico en las ciencias naturales, el de las reacciones químicas oscilatorias de Belousov- Zhabotinsky. En esta reacción de oxidación- reducción entre el ácido cítrico y un bromato con el Cerio como catalizador, se producen cambios espontáneos periódicos de coloración con una frecuencia de  $10^{-2}$  Hz

El sistema dinámico correspondiente al suceso viene dado por las ecuaciones diferenciales no-lineales

$$dx/dt=s(y-xy+x-qx^2)$$

$$dy/dt=1/s(-y-xy+vz)$$

$$dz/dt=w(x-z)$$

$x, y, z$  son las concentraciones de productos intermedios de la reacción, En el espacio cartesiano cada punto  $(x, y, z)$  representa un estado de la reacción en el instante en que las respectivas concentraciones toman los correspondientes valores de  $x, y, z$  El conjunto de puntos determinan una trayectoria física y el conjunto de éstas, el retrato físico, el cual es una instantánea del estado del sistema. Cuando a los parámetros que rigen la reacción  $q, s, w$  se les da ( el Hombre) los valores:  $8.4 \times 10^{-5}$ , 80 y 0.16 kg respectivamente, una de las trayectorias físicas se enrolla en una órbita cerrada constituyendo lo que se denomina ciclo límite lo cual propicia las oscilaciones ya que un punto “recorriendo” ese ciclo va pasando periódica y alternativamente por los estados de los colores que caracterizan la reacción periódica de Belousov-Zhabotinsky. Debemos fijarnos que el Hombre variando los valores de los parámetros, puede evitar el ciclo, hecho que constituye la tesis que queremos mostrar.

Otro ejemplo de proceso periódico en la naturaleza, esta vez en el ser vivo, es el de la glicolisis, reacción oscilatoria mediante la cual es posible que se produzca la síntesis de las proteínas, proceso de ordenación que aparenta violar la Segunda Ley de la Termodinámica, que afirma que la entropía, el desorden, siempre aumenta y que sólo son posibles procesos que lo violan localmente aquellos a los cuales se les suministra energía. En la glicolisis la energía la suministra una especie de acumulador, el ácido adenil-trifosfato, ATP, el cual se carga por la acción del ácido adenil- difosfato. ADP activado por la descomposición de la fructosa..

Al igual que en el ejemplo anterior, la aparición del ciclo que propicia las oscilaciones, es posible modelarlo experimentalmente con reactivos preparados y matamáticamente por el sistema dinámico no-lineal:

$$dx/dt = -x + ay + x^2y$$

$$dy/dt = b - ay - x^2y$$

donde  $x$  concentración de ADP  $y$ , de la fructosa y los parámetros  $a$  y  $b$ . Si se hacen  $a=0.08$  y  $b=0,6$  se establecerá el ciclo límite y por tanto el proceso periódico. Se confirma la tesis.

Como se puede advertir en nuestro trabajo, el tratamiento de los sistemas dinámicos no lineales está presente en el análisis de los procesos periódicos. La no linealidad se advierte en las ecuaciones al presentar exponentes superiores a 1. La no linealidad y la complejidad, término éste que tomamos con el significado que se le da en la Teoría de la Complejidad, o sea el de la propiedad que presentan aquellos sistemas constituidos por elementos que al conformar colectivos manifiestan propiedades emergentes, esto es, que no presentaban por separado, son características de sistemas en los cuales se desarrollan procesos cíclicos como los que estamos tratando. Vertientes de la Teoría de la Complejidad son entre otras la teoría del Caos y la del Fractal a las cuales recurren con gran asiduidad los teóricos de las ciencias naturales y sociales.

Aparición de procesos cíclicos, se observan también en el desarrollo del crecimiento de especies biológicas, el cual suele analizarse matemáticamente mediante mapas iterativos como la ecuación logística, la cual se expresa de esta forma:  $y = rx(1-x)$  donde  $x$  número de ejemplares en una etapa,  $y$ , número de ejemplares en la siguiente etapa y  $r$  tasa de

crecimiento. Para ciertos valores de  $r$ , se da el caso que sucesivas iteraciones los valores de  $y$  se van repitiendo periódicamente y esto ocurrirá mientras  $r$  mantenga su valor. Al pasar de un valor a otro mayor de  $r$ , el número de valores que se repiten constituyendo un ciclo o atractor cíclico, se van duplicando. Pero al llegar a cierto valor de  $r$ , ya no hay repetición, se pierde la periodicidad y se ha llegado a la situación de Caos. En las crisis financieras se llega a una situación de Caos como se entiende en la Teoría del Caos, pequeñas variaciones de un parámetro dan lugar a grandes variaciones y se tornan impredecibles los resultados. Se ha propalado la metáfora sobre el Caos de que el aletear de una mariposa en San Francisco puede desatar un huracán en Beigin, lo que ha dado lugar a que el Caos se conozca como Efecto Mariposa. Cuando hace unos años se originó una crisis bursátil en México ésta se propagó a lejanos países y a esa situación de Caos se le denominó Efecto Tequila parafraseando lo de Efecto Mariposa. Pero ya vimos en lo del mapa logístico que la llegada al Caos lo determina el valor, de  $r$  el cual puede ser controlado por el Hombre y esto nos reafirma en la tesis que venimos sosteniendo de la no inevitabilidad. Aún en la situación de Caos se advierten ciertas regularidades y periodicidades. Así se tiene que a las puertas del Caos, la relación entre la distancia de un punto  $P$  de bifurcación al anterior y la distancia de  $P$  al que le sigue, tomará un valor límite. En la cercanía del valor de  $r$  en la que se presenta el Caos, los puntos de bifurcación se apiñan impidiendo advertir físicamente la separación pero como el patrón se va reduciendo autosemejantemente en forma de lo que mas adelante presentaremos como fractal, tomaremos la distancia como no llegando a cero en un

proceso llamado renormalización , y comprobaremos que la citada relación converge hacia un valor llamado constante de Feigenbum. Además si el Caos se analiza mediante sistemas dinámicos de tres ecuaciones diferenciales como los que antes utilizamos, en cuyo retrato fásico observamos que la trayectoria fásica describe espirales en las que las espiras se colocan en planos cuasiparalelos cuyas distancias entre si guardan una periodicidad fractal, concepto éste que aclararemos mas adelante. Esa configuración de las trayectorias fásicas del Caos en el espacio es conocida como atractor extraño.

Pero no todos los procesos periódicos surgen de ciclos dinámicos como los vistos. Reiteraciones autosemejantes no sólo en el tiempo sino también en el espacio se producen en procesos de características fractales, La introducción en el contexto de la no linealidad del concepto de fractal por Benoit de Mandelbrot, es relativamente reciente., y ocurrió precisamente relacionado con la problemática de las fluctuaciones periódicas en el ámbito del mercado, cuando el matemático de origen polaco trabajaba para la International Business Machines Corporation (IBMC). El concepto de fractal es en esencia matemático y define el ente geométrico que en su desarrollo espacial va reiterando una misma forma cada vez a un tamaño menor manteniendo invarianza de escala. Examinando la forma que se reitera autosemejantemente y observándola en cualquiera de las iteraciones pueden conocerse detalles que se presentaron en una iteración pasada o que se presentarán en el futuro si no se acciona sobre el proceso iterativo de alguna manera alterándolo. Un zoom de una parte del fractal mostrará la forma del fractal completo. Uno de los fractales mas

conocidos es la Curva de Koch el cual se genera dividiendo en tres partes iguales un segmento, Sobre la parte del medio se levanta un triángulo equilátero y se borra su base. Este proceso se reitera sobre cada uno de los segmentos que resultan del proceso descrito una y otra vez teóricamente hasta el infinito. La dimensión  $D$  de un fractal no es un número entero y se calcula mediante la fórmula de Hausdorff,  $D = \log N / \log n$  donde  $n$  número de partes en que se dividió el segmento original y  $N$  número de segmentos que resultaron. En el caso de la Curva de Koch  $n=3$  y  $N=4$ . La denominación de Curva a lo que también se conoce como Fractal de Koch, resulta un eufemismo pues su aspecto es de una línea quebrada que no presenta la propiedad de suavidad ni la de diferenciabilidad propias de lo que se conoce comunmente como curva. En el ámbito de la economía, específicamente en lo que concierne a los procesos periódicos, el conocimiento de la teoría de los fractales se ha convertido en importante instrumento de investigación en el contexto de las ciencias sociales.

Gran importancia tiene en economía la implementación e interpretación de gráficos matemáticos relacionados con los mercados financieros de valores, de divisas, de futuros y otros, que los analistas utilizan para tomar decisiones de inversión y otras. Existe un método de investigación conocido en la actualidad como el método del fractal inestable de Elliot. Su autor, aunque con otro nombre concibió el método cuando aún no se había introducido el concepto de fractal, por lo cual se conoció como Teoría de la Ondas de Ralph Nelson Elliot. En ésta, el movimiento de los mercados financieros, se describe con ondas de avance y corrección, Aunque no tenía el concepto de fractal, las ondas



de Elliot en el gráfico, se reproducen autosemejantemente variando tamaños a escala y manteniendo la dimensión fractal. Esta fractalidad permite predecir la evolución futura de los mercados y por ende el pronóstico de las crisis cíclicas, lo cual propicia, mediante la propiedad de autosemejanza actuar sobre los factores que la rigen para aminorar los efectos negativos, propiciando (por el Hombre) una variación deseable en la imagen que se reitera.

## **Conclusiones**

Llegamos a la conclusión de que la ciencia y la inteligencia humana, tomadas como instrumento desvirtúan el pesimismo estéril y el acomodamiento al criterio de que nada se puede hacer, ante la posible aparición de las grandes crisis, quizás inevitable algunas veces la reiteración del hecho, pero no la intensidad ni la duración, sobre las cuales el Hombre puede actuar positivamente.

## **Bibliografía**

En [www.casanchi.com](http://www.casanchi.com) :

-Gonzlez J.El Segundo Principio y los Procesos Biológicos. 19 May 2007.

-\_\_\_\_\_Físico-Matemática de las Reacciones de Belousov- Zhabotinsky, 09 Ago 2008.

\_\_\_\_\_La Geometría Fractal. 29 Dic 2007.

\_\_\_\_\_La Invarianza de la Escala. 04 Oct. 2008.

\_\_\_\_\_Tratamiento de los Sistemas Dinámicos. 17 Jun 2006.

## **Cuerdas, branas y dimensiones.**

*Una panorámica analítica y crítica a nivel elemental de lo esencial de la Teoría de las Cuerdas y sus derivaciones, a la vez que se insiste en el carácter de hipótesis de toda teoría aunque posea la necesaria lógica interna.*

### **Introducción**

Cuerdas, branas, dimensiones y otros conceptos que *proponen* los físicos aparecen constantemente en la literatura científica actual, constituyendo el fundamento de las teorías que se *proponen* la búsqueda de una única teoría que logre explicar las cuatro fuerzas de la naturaleza, la gravitatoria, la electromagnética, la nuclear fuerte y la débil, como casos particulares de una sólo fuerza unificada.

He utilizado dos veces la palabra *proponen*, porque todos los conceptos todavía no confirmados en la práctica, sólo son

proposiciones, así como las teorías aún las mas lógicamente estructuradas, sólo son hipótesis para tratar de irse acercando a lo que llamamos realidad. La historia de la ciencia ha mostrado, y de que manera, que mediante esa metodología , la ciencia ha marchado y sigue marchando exitosamente

## **Espacio**

. Se ha ido modificando el concepto de dimensión y la idea del número de dimensiones del universo. Se entiende bastante bien que para situar un punto en el espacio son necesarias tres coordenadas o distancias a tres planos de referencia arbitrariamente escogidos. Tomando por ejemplo como referencia los planos que conforman la esquina de una habitación: dos paredes y el piso, la posición de un punto en el espacio quedará determinado por tres coordenadas: las distancias a las dos paredes y la distancia al suelo, Es por eso que se dice que el espacio tiene tres dimensiones, las cuales se denominan coordenadas espaciales.

En las Teorías de la Relatividad de Albert Einstein, se necesita no sólo situar puntos en en el espacio, se necesita situar sucesos. Un suceso es estar un objeto en determinada posición dada por las tres coordenadas espaciales a determinada hora y día. De modo que un suceso necesita de las tres coodenadas espaciales y además una cuarta coordenada: el tiempo. Como todo lo que existe, existe en una posición y un tiempo, se dice que todo transcurre, existe, en el espacio-tiempo y que éste tiene cuatro dimensiones: las tres espaciales y el tiempo, constituyendo lo que se llama el espacio de Minkowsk. Es el espacio de Minkowaki un punto

representa un suceso y una serie de sucesos relacionados con un hecho describen una línea llamada línea de universo.. En la Teoría General de la Relatividad de Einstein, la fuerza de la gravedad se explica (geometrodinámica) por la alteración que en la geometría del espacio-tiempo, ejerce una masa al producir en éste una hondonada siguiendo la cual otra masa se mueve hacia él.

A escalas microscópicas aún en el llamado vacío absoluto, se producen fluctuaciones (tercer nivel de colapso según Wheeler) en el espacio-tiempo explicables por el cumplimiento del principio cuántico de incertidumbre que provocan, al producirse procesos de creación/aniquilación de partículas, rugosidades (universo esponjoso) en ese espacio-tiempo incompatibles con la suave ondulación que prevé la Teoría General de la Relatividad, llevando a indeseables infinitos en sus ecuaciones, rugosidades que se detectarían mediante partículas atómicas prácticamente adimensionales, pero que partículas un tanto mayores que la longitud de Planck se deslizarían sobre esas rugosidades sin advertirlas ignorando los molestos infinitos.

## **Teoría de las Cuerdas**

En el desarrollo que ha seguido y sigue todavía, la Teoría de las Cuerdas presentada por Michael Green y John Schwarz, los teóricos de ésta han ido proponiendo la posibilidad de existencia de mas dimensiones que las antes citadas.

Según la Teoría de las Cuerdas, electrones, protones, fotones, etc. no son partículas sino pequeñísimas cuerdas de dimensiones planckianas (con extremos libres o unidos) que,

como las cuerdas de los instrumentos musicales tienen una frecuencia fundamental y según el valor de esa frecuencia serán electrones, protones, fotones, etc. Mayor frecuencia se traducirá como mayor energía, mayor tensión. Claro está que esas cuerdas no suenan, pero al igual que la los instrumentos musicales, necesitan caja de resonancia, que para estas cuerdas se las facilitarán distintas conformaciones del espacio- tiempo y para ello es necesario que haya mas dimensiones que las antes vistas, para que sea posible que el espacio- tiempo habilite cajas de resonancia para las frecuencias propias de electrones, protones, fotones, etc.

Los fotones son portadores de la fuerza electromagnética. Las otras fuerzas tienen sus portadores, así de las fuerzas nuclear fuerte y la débil ya se han encontrado pero el gravitón, que sería el de la gravedad, no se ha encontrado y uno de los objetivos de la Teoría de la Cuerdas es estudiar las características de ese portador tales como su frecuencia característica. La condición de simetría que los físicos atribuyen a la naturaleza y sus fenómenos los mueve a buscar para la gravedad entidades portadoras o mensajeras de esa fuerza, los gravitones, intuyendo que si las otras fuerzas tienen portadores o mensajeros, la gravedad debe tenerlos también.

Las cuerdas al desplazarse en el espacio de Minkowski van “dejando una estela” que por analogía con las líneas de universo se le denomina superficie de universo.

Einstein, intuyendo la simetría a la que antes me referí, trató de, por medio de alteraciones de la geometría del espacio-tiempo similares a las que antes expuse para la gravedad, explicar la fuerza electromagnética. No lo logró pero la idea

la han seguido manteniendo físicos que comenzando por Theodor Kaluza hasta nuestros contemporáneos han propuesto teorías similares a las de Einstein (geometrización de la física), casi todas proponiendo nuevas dimensiones, cuyo número, en el contexto de la Teoría de las Cuerdas, ya llegan a once: diez espaciales y el tiempo. De esas dimensiones espaciales, sólo las tres del espacio-tiempo de las Teorías de la Relatividad, se han detectado, el resto no posiblemente por encontrarse enrolladas, pero se estudian métodos para lograrlo.

Pienso que quizás las alteraciones de la geometría del espacio-tiempo análogas a las causadas por la masa para la fuerza de la gravedad según Einstein, en el caso de las otras tres fuerzas, sean causadas por los análogos correspondientes en la Teoría de las Cuerdas de la masa y los gravitones para dichas fuerzas al conformar apropiadas cavidades de resonancia para las frecuencias características de esos elementos, cargas eléctricas y fotones para la fuerza electromagnética, y para las fuerzas nucleares fuerte y débil los que a éstas se avengan. Brian Greene en su libro "The Elegant Universe" opina que las cuerdas existieron antes que el espacio-tiempo y que las características espacio-temporales aparecieron como propiedades emergentes (en la terminología de la Teoría de la Complejidad) al unirse en el colectivo que ahora es el espacio-tiempo. Pienso que así las cuerdas electrones, las cuerdas protones y las cuerdas fotones conforman sus propias cajas resonantes produciendo alteraciones en el espacio-tiempo a manera de pasillos a través de los cuales ocurriría la acción electromagnética mediante las cuerdas fotones portadoras o mensajeras siguiendo la trayectoria óptima entre todas las posibles según

la formulación de Feynman, alteraciones que vienen a ser el análogo de las hondonadas gravitatorias producidas por las masas y gravitones. Sería una forma de cumplirse lo intuído por el sabio alemán y lo muy ansiado por John Wheeler. Las cuerdas portadoras o mensajeras de campo caracterizan como masas, cargas, etc., a las cuerdas a las cuales “sirven”, así los fotones caracterizan a las cargas eléctricas, los gravitones a las masas, etc., y sólo actúan en las interacciones entre las cuerdas a las que caracterizan..

Los físicos Eugenio Calabi y Shing- Tung Yau han propuesto un espacio que cumpla características similares a las que expongo en en el párrafo anterior, con seis dimensiones que adquieren formas muy curiosas, las cuales pueden verse en el citado libro “The Elegant Universe”, capítulo 8, del cual hay una versión en castellano En los modelos Calabi- Yau, el espacio se concibe como si fuera una bola de plastilina y las deformaciones que explicarían las fuerzas, masas, cargas, etc., consistirían en estiramientos, compresiones, desgarramientos, formación de asas, huecos (la electricidad según la geometrización, se concibe como líneas de fuerza atrapadas en huecos como éstos) cambios de conexidad topológica, etc, en el seno de esa bola plástica. Se demuestra matemáticamente que las líneas de fuerza magnéticas no quedan atrapadas en huecos topológicos por lo que no existen “cargas” magnéticas.

Debe tenerse presente que las cuerdas aunque muy pequeñas. por el contrario de las partículas si tienen longitud por lo que no llegan a ser tan pequeñas como las rugosidades cuánticas de las que antes hablé y en el espacio-tiempo pueden deslizarse sobre ellas sin advertirlas y las ignoran evitando la incompatibilidad entre la Mecánica Cuántica y la Teoría

General de la Relatividad a las que antes me referí, según los teóricos de las cuerdas, algo que considero discutible. Lo considero como algo así “que no viendo el peligro, éste no existe”. En ese contexto de discutibilidad, considero lo que proponen los teóricos de las cuerdas en el sentido de que las molestas rugosidades del espacio-tiempo debido a fluctuaciones cuánticas, se pueden en los modelos Calaba-Yau, “tapar”, con una superficie de universo dejada al desplazarse en el espacio. Otra vez el “si no lo ves, no existe” de la exageración positivista.

El hecho de que el tamaño mínimo de las cuerdas, según los teóricos de esa teoría constituyentes elementales de la materia, no puede ser menor que la longitud de Planck, introduce en la teoría del Big- Bang, una seria objeción a la suposición del inicio del tiempo y del espacio en un punto matemático.

Aparte de las razones antes expuestas que aducen los teóricos de las cuerdas para ignorar las fluctuaciones subplanckianas, ellos exponen un muy interesante razonamiento un tanto forzado pero lógico según el cual las dimensiones enrolladas. adquieren singular importancia.

Las dimensiones enrolladas confieren dos tipos diferentes de vibraciones a las cuerdas: las debidas al movimiento oscilante y al movimiento deslizante. Cada tipo de vibración aporta una cantidad de energía distinta.

Pero ese aporte en cuantía, se invierte al llegar a un estado de encogimiento extremo del universo como se supone puede ocurrir en el Big- Crunch final (segundo nivel de colapso según Wheeler). Quiere decir que al llegar a esa situación de máximo encogimiento, el aspecto que aportaba mas energía empezará a aportar menor cantidad y viceversa,



en cantidades tales que la energía total suma de ambos aportes, permanece constante para una situación dada, esto es como si los parámetros físicos experimentaran un rebote al llegar a un encogimiento el cual, por lo tanto no podría ir mas allá del marcado por una longitud mínima que sería la longitud de Planck. De esta manera los teóricos de las cuerdas esgrimen otro argumento para ignorar las molestas fluctuaciones cuánticas que se evidenciarían por debajo de la longitud de Planck, pero que con este argumento último que aducen, según ellos esa situación subplanckiana no existe. Evidentemente este último razonamiento del rebote, es mas elegante y lógico que los anteriores, pero requiere de demasiadas suposiciones ad hoc, lo cual en mi opinión es un defecto de la Teoría de las Cuerdas.

## **Branas**

En los últimos tiempos ha aparecido una nueva teoría en la que se supone que los elementos componentes de la materia son membranas de forma rectangular a las cuales se les llama branas, que las hay de varia dimensiones y así se denominan 2-branas, 3-branas, etc. siendo las 1-branas, las cuerdas que he venido describiendo. En la teoría de las branas. éstas sustituyen a las partículas. La caracterización de las branas por frecuencia de vibración, portadoras o mensajeras, etc., es semejante a la de las cuerdas. Las ondulaciones en esas branas paralelas a su lado corto según su teoría. son portadoras de información. Como las partículas o las cuerdas, las branas interactúan entre si y con las cuerdas. Como ejemplo veamos como se efectúa la interacción entre

una cuerda de extremos unidos (bucle) con una brana . Al incidir la cuerda en la brana, excita ondulaciones en ésta. Si ondulaciones que van en un sentido chocan con ondulaciones en sentido contrario, pueden interferir entre si como los movimientos ondulatorios conocidos, y si la interferencia es por refuerzo, el pico resultante da lugar a otro bucle correspondiente como toda cuerda a una partícula.

## **Conclusiones**

Sobre cuerdas y branas existen cinco teorías, que no difieren mucho entre si y se considera una sexta teoría, la Teoría-M, la cual viene a ser una síntesis de las cinco citadas. Cuerdas y similares aparecen como posible explicación de fenómenos claves del desarrollo del Universo (Historia del Tiempo en el decir de Stephen Hawking), su inicio en una gran explosión (primer nivel de colapso según Wheeler), a partir de una singularidad del espacio-tiempo, su evolución con eventuales formaciones de cuerpos sumamente masivos cuya gran fuerza gravitatoria no deja escapar ni la luz, los agujeros negros y el posible colapso final en una singularidad o Big-Crunch. De los agujeros negros algunos teóricos consideran la posibilidad de que sean la intersección de branas Los agujeros negros tienen la propiedad de que sólo se diferencian por su masa, carga y velocidad de rotación sin que intervenga su naturaleza, hecho que los teóricos describen como que “no tienen pelo”. Esta circunstancia permite que se considere una partícula como un agujero negro comprimido hasta el límite y por tanto ser

considerado, en esa circunstancia, una cuerda por los teóricos de éstas.

En la década de los 1970, apareció en el contexto de las cuerdas, una variante basada en la llamada Supersimetría (ya manejada en la teoría estándar de las partículas), que comprende la Supergravedad, en la cual se precisa la teoría bosónica de las cuerdas y se encuentra junto con el patrón de frecuencia de los bosones , el patrón de vibración de la cuerda fermión.

Y seguirán los físicos proponiendo teorías en busca de la del Todo , algunas se comprobarán, otras no, pero la labor del científico verdadero no cesará nunca, pues es esa la grandiosa razón de sus fructíferas vidas.

## **Bibliografía**

- 1.- Einstein, A. The Meaning of Relativity. MJF Books. New York. 1984.
- 2.- González, J. y R.. Ávila. La Ciencia que Emerge con el Siglo. Editorial Academia. La Habana. 2005.
- 3.- Greene, B.. The Elegant Universe. Random Hause Inc. New York.1999.
- 4.- Hawking, E. El Universo en una Cáscara de Nuez. EGEDSA. Madrid

## **LA FISICO-MATEMATICA DE LAS REACCIONES DE BELOUSOV-ZHABOTINSKY**

## **Resumen**

*Se realiza una exposición sobre el fundamento de las reacciones oscilatorias de Belousov-Zhabotinsky explicando en forma sintética el proceso de tratamiento de los sistemas dinámicos que conforman el basamento teórico de las mismas.*

## **Introducción**

El físico ruso B. Belousov en 1959, intentando modelar el ciclo biológico de Krebs en el laboratorio mediante la reacción de oxidación- reducción en la cual interviene como oxidante el ión bromato y como reductor el ácido malónico, actuando como catalizador el catión cerio, notó asombrado cambios periódicos espontáneos de coloración de amarillo a incoloro y vuelta a amarillo, una y otra vez en lapsos de aproximadamente un minuto (1).

Continuó las investigaciones el también ruso A. Zhabotinsky y llegó a elaborar la fundamentación teórica de las reacciones oscilatorias sirviéndose del tratamiento físico-matemático de los sistemas dinámicos aplicados a procesos no-lineales alejados del equilibrio. Zhabotinsky presentó los resultados de sus investigaciones en un evento donde asistieron países occidentales aprovechando la presencia de éstos.

## Desarrollo

El proceso químico real es sumamente complicado al producirse múltiples reacciones intermedias, por lo que se acudió a modelaciones y aproximaciones que hicieran viable el tratamiento matemático manteniendo la esencia de lo investigado.

Una primera aproximación para el modelo consistió en utilizar como reactivos:  $\text{ClO}_2 - \text{I}_2 - \text{Ma}$ , para una reacción que semeja bastante al proceso real que se investiga.

Las concentraciones de los reactantes citados varían durante el proceso mucho más lentamente que los productos intermedios  $\text{I}^-$  y  $\text{ClO}_2^-$  por lo cual, se hizo una última aproximación suponiendo constantes las concentraciones de los citados reactantes de variación lenta. De esta forma el sistema dinámico no-lineal para proceso alejado del equilibrio se toma de manera simplificada así:

$$dx/dt = a - x - 4xy/(1 + x^2) \quad (1)$$

$$dy/dt = bx (1 - y/(1 + x^2)) \quad (2)$$

donde  $x$  e  $y$  son las concentraciones adimensionales de  $\text{I}^-$  y  $\text{ClO}_2^-$  respectivamente y  $a, b$  parámetros que dependen de las concentraciones que varían lentamente asumidas como constantes (2).

Antes de pasar a tratar el sistema dinámico (1-2), vamos a realizar una resumida alusión a los conceptos y procedimientos propios de esos sistemas en general. Para ello nos referiremos al retrato fásico de un sistema. En dicho

retrato aparecen las trayectorias fásicas (lugar geométrico de los puntos representativos o puntos fásicos de los distintos estados en que puede encontrarse el sistema físico que se examina) en el sistema de coordenadas x-y o plano fásico, de las cuales puede hacerse un boceto dibujando en varios puntos fásicos pequeñas saetas con pendientes dadas por  $dy/dx$  calculadas para cada punto, todas las cuales darán idea del campo vectorial del sistema. Las trayectorias se trazan tangentes a las saetas y en sus direcciones. Podrán presentarse uno o varios puntos para los cuales  $dx/dt$  y  $dy/dt$  se hacen cero a los cuales se les denomina puntos fijos o estacionarios. Si hacia esos puntos se dirigen algunas trayectorias, el punto fijo es de estabilidad o nodo estable y si por contrario salen del punto fijo, ese será un foco inestable o repulsor. Las trayectorias al salir del foco suelen hacerlo en forma de espiral. Estas espirales para ciertos valores de los parámetros, algunas veces se enrollan conformando una órbita cerrada o un ciclo límite. Una órbita cerrada sólo adquirirá la condición de ciclo límite si no encierra un punto fijo que no sea un foco o repulsor. Los ciclos límites son muy importantes en problemas como el que nos ocupa, pues su existencia motiva que, el estado representado por cualquier punto del ciclo, se repetirá cada vez que el sistema “de una vuelta completa” recorriendo todos los demás estados o puntos fásicos de la trayectoria cerrada. Tal cosa explica el carácter oscilatorio de algunos procesos como el de las reacciones oscilatorias que nos ocupan. Por ejemplo cuando para un estado (x,y), aparezca una coloración de la masa reaccionante, ese color aparecerá de nuevo al volver el sistema “en su recorrido” al mismo punto (x,y) del ciclo.

En el tratamiento matemático del sistema (1)-(2) veremos el cumplimiento de lo expuesto (3).

Llmaremos f y g a los segundos miembros de las ecuaciones del sistema. Comenzamos por calcular las coordenadas del punto fijo, resolviendo el sistema  $df/dt=0$  y  $dg/dt=0$ . Las coordenadas son  $x^*=a/5$  y  $y^*=1 + (a/5)^2$ .

Para determinar si se trata de un nodo o un foco, se halla el Jacobiano  $J=\partial(f,g)/\partial(x,y)$  y se evalúa para las coordenadas del punto fijo.

$$J= 1/(1 + x^{*2}) \begin{vmatrix} 3x^{*2} - 5 & -4x^* \\ 2bx^{*2} & -bx^* \end{vmatrix}$$

Si se comprueba que el determinante del Jacobiano  $(\partial f/\partial x)(\partial g/\partial y)-(\partial f/\partial y)(\partial g/\partial x)$  es mayor que cero y que para los debidos valores de los parámetros a y b, la traza  $\partial f/\partial x + \partial g/\partial y$  es también mayor que cero, el punto fijo será un foco repulsor, podrá existir el ciclo límite en instalarse el régimen oscilatorio. Y eso es precisamente lo que ocurre en las reacciones Belousov-Zhabotinsky.

## Conclusiones

En lo esencial hemos mostrado el basamento físico-matemático de este singular ejemplo de procesos oscilatorios espontáneos.

Casos de procesos oscilatorios explicables por la ocurrencia de ciclos límites como el de las reacciones de Belousov-Zhabotinsky, se presentan en los procesos circadianos, los latidos del corazón y similares, no sólo en en el ámbito de la química o de la biología también se encuentran en fenómenos físicos y de otra índole.

## Referencias

- (1) Volkenshtein, M. V. Biofísica. Editorial Mir. 1985.
- (2) Strogatz, S. H. Non Linear Dynamics and Chaos. Perseus Books Publishing. 2000.
- (3) J. González Alvarez. Tratamiento de los Sistemas Dinámicos. [www.casanchi.com](http://www.casanchi.com). 17/6/2006.

n

## HENRI POINCARÉ LA TOPOLOGÍA Y EL CAOS

.

Al concepto de caos en el contexto de la Teoría de la Complejidad, suelen estar asociados en los documentos que lo tratan, científicos como Lorenz, Mandelbrot, Prigogine, Feigenbaum y otros que brindaron sus aportes en las últimas décadas del pasado siglo XX. Pero encontrar



relacionado con el caos a alguien que desarrolló su brillante actividad intelectual principalmente a finales del siglo XIX como es el caso de Henri Poincaré, puede parecer extraño. Pues se trata de que este sabio francés tratando de aplicar la ley de la atracción universal a tres cuerpos como por ejemplo el Sol la Tierra y la Luna, tal como ya se había hecho para solamente dos cuerpos, se encontró que su intento desembocaba en un problema sumamente complejo cuyo resultado variaba ostensiblemente con sólo pequeñas variaciones de las distancias entre los cuerpos. Con su genial intuición, Poincaré, manejó las características que hoy yo llamamos caóticas del problema de los tres cuerpos, introduciendo lo que él llamó soluciones doblemente asintóticas que análogamente a las encontradas por Edward Lorenz alrededor de 1960, las obtuvo aplicando los métodos matemáticos de la dinámica lineal y no lineal. Ciertamente que Poincaré no llamó caos a la situación encontrada en el problema de los tres cuerpos, pero la solución similar a la de Lorenz para sus problemas caóticos y publicada por el sabio francés en la memoria “Sobre el problema de los tres cuerpos y las ecuaciones de la dinámica”, reflejan fielmente los métodos de la hoy llamada Teoría del Caos. La sensibilidad extrema a las variaciones de las condiciones iniciales que encontró Lorenz en sus estudios climáticos, son iguales a las que observó Poincaré en las interacciones entre los tres cuerpos.

Si nos detenemos algo más en el análisis del “Problema de los tres cuerpos” nos damos cuenta de que se evidencia también el concepto de complejidad. En efecto, una de las más características propiedades de los sistemas complejos, la aparición de propiedades emergentes, se manifiesta en los

tres cuerpos pues la aparición de la situación de caos es algo que sólo ocurre al integrarse el colectivo, algo que no manifestaban los elementos, en este caso los cuerpos, aisladamente. Otra condición de sistema de características complejas está presente aquí; el programa de computación que describe al colectivo que estudiamos, es mas largo en bits que el que describiría a un elemento aislado. Vemos así, que sin advertirlo (o quizás algo entreviera), Poincaré, con sus hallazgos en el “Problema de los tres cuerpos” estaba alumbrando el camino para que emergiera la Teoría de la Complejidad.

En el prólogo del último libro que se publicó de Poincaré, “Últimos pensamientos”, los editores le rinden emotivo homenaje con esta frase:”El 17 de julio de 1912 una embolia cerebral paralizó aquel cerebro viviente de las ciencias racionales cuando estaba en plena madurez”. A Henri Poincaré se le menciona por lo general para elogiar al matemático, pero de igual forma puede admirarse al físico y al filósofo. Pero no vaya alguna mente ligera irreverentemente a pensar al eminente sabio como alguien que indiscriminadamente incursiona en cualquier materia. Si así hubiera sido en ninguna hubiera descollado. Una mente como la de Poincaré pudo brillar en esas tres ramas pues están intimamente relacionadas, pero nadie ni especialmente dotado puede profesar con eficiencia diversas y disímiles materias como quizás algunos piensen.

En el campo de la física tuvo Poincaré su mas relevante participación cuando en 1905 envió a una revista su versión de la teoría especial de la relatividad sólo unos días después que Einstein enviara la suya y sin que ninguno de los dos supiera del trabajo del otro. Un golpe de mala suerte le

impidió a Henri Poincaré tener la gloria de que se le adjudicara la paternidad de la Teoría de la Relatividad.

Muchos fueron las contribuciones de Henri Poincaré a la matemática sobre todo en lo referente a las ecuaciones diferenciales, los sistemas dinámicos y en algo que es en lo cual mas se le menciona: el principio de inducción completa así como una rama poco conocida de las matemáticas como es la Topología. Relacionado con esta última disciplina su nombre fue recientemente muy mencionado cuando la prensa se hizo eco a mediados del 2006 de su proposición de la llamada Conjetura de Poincaré al adjudicarse un muy importante premio, la Medalla Fields, al matemático ruso Grigori Perelman por la resolución del citado problema que a lo largo de décadas no pudo encontrarse. En la famosa Conjetura afirma Poincaré que todas las estructuras compactas simplemente conexas (o sea que en sus superficies cualquier lazo que en ellas se dibuje, puede constreñirse hasta reducirse a un punto) son homeomórficas con un ente geométrico llamado triefera. En Topología dos figuras se consideran homeomórficas o topológicamente equivalentes si los puntos de una pueden ponerse en correspondencia uno a uno con los de la otra aunque sus formas sean muy diferentes.. La demostración de Perelman se basa en el llamado flujo de Ricci expresado en la ecuación diferencial:

$\partial g / \partial t = -2R$  donde  $g$  tensor métrico y  $R$  tensor de curvatura de Ricci que significa que la métrica de una superficie fluye, varía de la mayor curvatura a la menor. Las distancias decrecen donde la curvatura aumenta. El tensor  $R$  está relacionado con la laplaciana de  $g$  esto es con  $\nabla^2 g$ .

Pero quizás lo mas difundido de su variado quehacer ha sido lo producido como filósofo plasmado en el establecimiento

de la vertiente del positivismo a la cual se le ha llamado convencionalismo, variante del instrumentalismo y del pragmatismo que sostiene que las teorías sobre determinados aspectos de la realidad sólo son hipótesis de trabajo a las que llega por convenio la comunidad científica y que se aceptan atendiendo a su economía de recursos mentales y utilidad para continuar las investigaciones mientras no surja una contradicción o imposibilidad de explicar un elemento nuevo. Aunque sin negar la objetividad de la realidad, el convencionalismo admite que las hipótesis no tienen que reflejar necesariamente la realidad. En su libro “La Ciencia y la Hipótesis”, expresó: “ Ninguna geometría es mejor que otra; sólo mas conveniente”.Refiriéndose a lo que ocurriría filosóficamente si no se hubiera creado el Análisis Matemático,obra producto de la convención de la comunidad científica, escribió Poincaré la siguiente frase la cual en nuestra opinión resume su tesis convencionalista:”...sin este lenguaje (el del Análisis Matemático), la mayor parte de las íntimas analogías de las cosas habrían permanecido por siempre ocultas a nosotros (...) habríamos permanecido ignorantes de la armonía interna del mundo , que es...la única realidad objetiva verdadera”.

## **Bibliografía**

- Gleick, J. Chaos. Penguin Books. London. 1988.  
Landau,L., E. Lifshitz. Teoría Clásica de los Campos. Reverté S.A. Barcelona 1962.

O'Shea, D. The Poincaré Conjecture. Walker Publishing Company. New York. 2007.

## **FE EN LA RAZÓN, EINSTEIN, HUME Y POPPER**

*“Negar la posibilidad del conocimiento pleno de la realidad, no es necesariamente negar la realidad”*

Joaquín González A. (2009).

Suele pensarse que la palabra fe, con un sentido próximo al religioso, no tiene cabida en el discurso científico. Sin embargo, alusiones a la fe con el significado al que nos hemos referido, aparecen con frecuencia en escritos de científicos a los cuales no se les puede clasificar como religiosos precisamente.

Pero ¿con qué significado es utilizado el término fe en el contexto científico?. La fe del científico es en la razón, la causalidad, y la armonía universal. Fe que lleva implícita la admisión de la realidad objetiva, pues no tendría sentido el quehacer científico aunque exista el generalizado criterio de que tal como suponen variantes del positivismo como el pragmatismo, el instrumentalismo y el convencionalismo, el método científico sólo permite acercamientos mediante hipótesis.

Ejemplo relevante de profesión de fe en la razón , en la permanente manifestación de la causalidad y armonía universal, es el manifestado por Albert Einstein al expresar: “ Sin la fe en la armonía interna de nuestro mundo, no podría haber ninguna ciencia”. Al garante de esa armonía interna le llama Einstein, a veces irónicamente, Dios con lo cual parece acercarse a la corriente filosófica-teológica del deísmo la cual concibe una causa inmaterial de todo lo existente pero en nada parecido al dios antropomórfico de las religiones teístas.

Un positivista radical como Stephen Hawking, ha dicho que sólo podríamos tener conocimiento pleno de la realidad si tuviéramos acceso a la “mente de Dios”. Dicho por un no teísta (aunque quizás deísta) como Hawking, equivale a declarar la imposibilidad del conocimiento pleno de la realidad.

Como antes dijimos el método científico se centra en buscar vías para acercamientos al conocimiento de la realidad mediante hipótesis y para ello se utilizan diferentes vías las cuales en general se sirven de la práctica experimental y/o de la observación metódica como inicio, continuidad y conclusión provisional.

Pudiéramos decir que espontáneamente , a partir de lo empírico, la vía de búsqueda de conocimiento de lo que la empiria ha motivado, es la inducción. A grandes rasgos el método inductivo consiste en inferir las causas de los hechos observados motivantes del estudio, reproduciendo una y otra vez el experimento u observación originario, admitiendo el cumplimiento estricto de la causalidad.

La inducción se nos presenta como método adecuado a la vez que simple de búsqueda del conocimiento. Sin embargo el

método inductivo da pie a importantes consideraciones. Algo que se muestra tan evidente como la relación causa-efecto, ha sido motivo de profundos debates filosóficos y científicos a lo largo de la historia. El hecho de que a una causa le corresponda necesariamente determinado efecto, fue puesto en entredicho en el siglo XVIII por el gran filósofo inglés David Hume con argumentos muy bien elaborados, no fáciles de rebatir, que influyeron en el pensamiento de grandes filósofos que le sucedieron. Según Hume lo único que sabemos es que hay fenómenos que siempre hemos visto acontecer cada vez que antes ha aparecido otro que siempre es el mismo, pero que nada impide que tal cosa no ocurra alguna vez por lo que no puede asegurarse que uno es causado por el otro.

Es por eso que se piense con Einsein, que esperar el permanente cumplimiento de las leyes de la naturaleza, es un acto de fe.

El célebre matemático y filósofo francés Henri Poincaré, se maravilla del permanente cumplimiento de las leyes naturales, lo cual expresó del siguiente modo en una de sus obras mas famosas: "Los hombres piden a sus dioses que prueben su existencia con milagros, mas la eterna maravilla es que no haya incesantemente milagros. Por eso el mundo es divino, puesto que por eso es armonioso".

En lo que expusimos sobre Hume y su tesis, ya se advierte algo que nos indica que la inducción no constituye una forma concluyente de calificar como cierta una hipótesis que haya resultado de ese método. Por muchas veces que realicemos experimentos que comprueben lo expresado en la hipótesis, bastará uno sólo que no lo haga para refutarla.

Aunque la matemática no es una ciencia natural como hemos explicado en nuestro artículo “La matemática, una ciencia peculiar” , de ésta vamos a tomar un ejemplo de fallo de la inducción como método definitivo después de varias pruebas positivas de la hipótesis propuesta. La expresión:

$n^2 - 3n - 1 < 0$ , es cierta para sucesivos valores desde  $n = 1$  hasta  $n = 3$ , pero ya para  $n = 4$  es falsa, lo que demuestra que la expresión dada era falsa.

De modo que el método de verificabilidad antes utilizado no puede garantizar la exactitud de una hipótesis obtenida por simple inducción.

Motivado por lo expuesto, el lógico austríaco Karl Popper propuso el método de falsación en vez de verificación para juzgar una hipótesis. Según Popper para que una tesis sea considerada científica, debe expresar explícita o implícitamente una forma factible de refutarla o falsarla. El ejemplo de la expresión matemática cumple con la falsabilidad pues implícitamente se muestra que por sucesivas sustituciones de  $n$  puede refutarse para algún valor., por lo cual según Popper es una hipótesis científica no obstante no ser cierta. Hipótesis no falsables como: “Mañana puede llover”, según Popper no son científicas.

No obstante la excelencia de la tesis de Popper, pensamos que es demasiado absoluta en cuanto a que si no es falsable no es científica una proposición. Según esa afirmación, para Popper no sería científico nada menos que el Principio de Inercia de Galileo que expresa; “Una partícula no sometida a acción exterior alguna, se encontrará en reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme”. ¿Cómo refutar algo que le ocurre a algo no sometido a acción exterior alguna?. Claro que se hace alusión a una situación ideal, pero ¿podrá no ser



científica una proposición que permite sentar los fundamentos de la Mecánica Clásica?.

No obstante la insuficiencia mostrada del procedimiento de inducción como método de validación de determinado presupuesto científico, de ello no se desprende su inutilidad., . No cabe duda de que inteligentemente utilizado e interpretado, el método inductivo ha llevado a aceptar como válidas hipótesis y teorías, algunas de gran trascendencia, en las cuales sensatamente no cabe esperar que aparezca una experiencia que marque su refutación.

---

Artículos recomendados como complementarios:

“Fe y razón en ciencia y poesía”.en libro “Ciencia, Arte y Literatura” . Joaquín González Álvarez. Ediciones Holguín. Holguín, Cuba.

En [www.casanchi.com](http://www.casanchi.com) los artículos: “Hipótesis y Realidad”, “Hawking, Penrose y la Realidad”, “Matemática, una ciencia peculiar”, de Joaquín González Álvarez.

Libro:“La Ciencia y la Hipótesis”. Henri Poincaré.

Libro: “En torno a Galileo”. José Ortega y Gasset.

## **ARMONÍA EN LA MÚSICA Y EN LA CIENCIA**

Tanto en la música como en la ciencia encontramos la armonía. La armonía universal tantas veces citada cuando se habla de la razón, de la lógica que rige los procesos naturales, la advertimos de similar forma tanto en una melodiosa sucesión de acordes musicales, como en la aparición una tras otra de las etapas de un amanecer. La fe de los científicos en la armonía universal, les permite esperar con certeza que el amanecer que hoy observaron, de igual forma se producirá mañana y todos los demás días. Un amanecer distinto sería un milagro y los científicos no creen en milagros.

Refiriéndose a lo armonía universal el matemático y filósofo francés Henri Poincare escribió en su libro “El valor de la ciencia” lo siguiente:”Los hombres piden a sus dioses que prueben su existencia con milagros, mas la eterna maravilla es que no haya incesantemente milagros. Por eso, continúa Poincare, el mundo es divino, puesto que por eso es armonioso”.

Es armonioso decimos nosotros porque las leyes físicas que hoy lo rigen en determinado lugar son las mismas que regirán dentro de siglos y en la mas alejada galaxia. Así como a la música la hace armoniosa el regirse por los cánones de los acordes consonantes, las leyes de la naturaleza siguen también cánones que como los de una obra musical son expresables en el lenguaje de la matemática. A veces cambia la forma de la expresión matemática que regula la ley, pero la armonía de ésta permanece. Así se tiene, que la atracción gravitatoria universal se expresó por la fórmula de Newton en un principio, hoy lo es por las ecuaciones de Einstein, pero la realización es la misma en la naturaleza que es donde reside la armonía universal la cual, según expresó Poincare, es la única realidad objetiva.

El sometimiento a la matematización de la música, análoga a la de la ciencia, es uno de los factores que la hace armoniosa. Es así que el filósofo alemán del siglo XVII Leibniz escribió: “La música es la alegría inconsciente del alma que calcula sin saberlo”.Y también :”La música es la imitación de la armonía universal incluida por Dios en el mundo”. Todavía sobre el tema, el escritor ruso Boris Kuznesov dice en su obra “Einstein, Vida, Muerte , Inmortalidad” refiriéndose a la música de Mozart, que en una nota, en un acorde, se encuentra la encarnación de la totalidad de la obra. Vemos aquí de nuevo en la música, la matemática y por ende la armonía universal, pues esto de la totalidad reflejada en cada parte es característica definitoria de entes matemáticos llamados fractales.

Pero hablando de matematización y de la obra de Mozart, de ninguna manera vayamos a pensar que la música de este genial compositor debe su excelencia a un frío sometimiento a rígidos cánones racionales, no Mozart es un compositor romántico. El

romanticismo en arte se caracteriza por llenar de vida, de subjetividad, lo geométrico del arte clásico caracterizado por no apartarse del concepto abstracto, del canon heredado de la Grecia Antigua. Y esta vitalidad romántica, esta subjetividad se refleja de manera brillante en la obra mozartiana.

La música y la ciencia como exponentes de la armonía universal, se manifiestan por doquier. Ya he narrado en este espacio, que estaba presente en una clase de Física del profesor Gran en la Universidad de la Habana, cuando éste al terminar de explicar las ecuaciones de Maxwell, famosas por su elegancia, dijo: “Al comprenderlas, ¿no escuchan como una música?”. Los que en esa ocasión escuchamos con Gran la música de las ecuaciones de Maxwell, tenemos la suerte de oír algo semejante ante un bello producto de la razón. Y nos parece -guardando las enormes distancias- estar en una situación como la de Salieri escuchando mentalmente una obra de Mozart en aquel recordado filme Amadeus.









