CÓMO HACER MOSAICOS AL ESTILO ESCHER

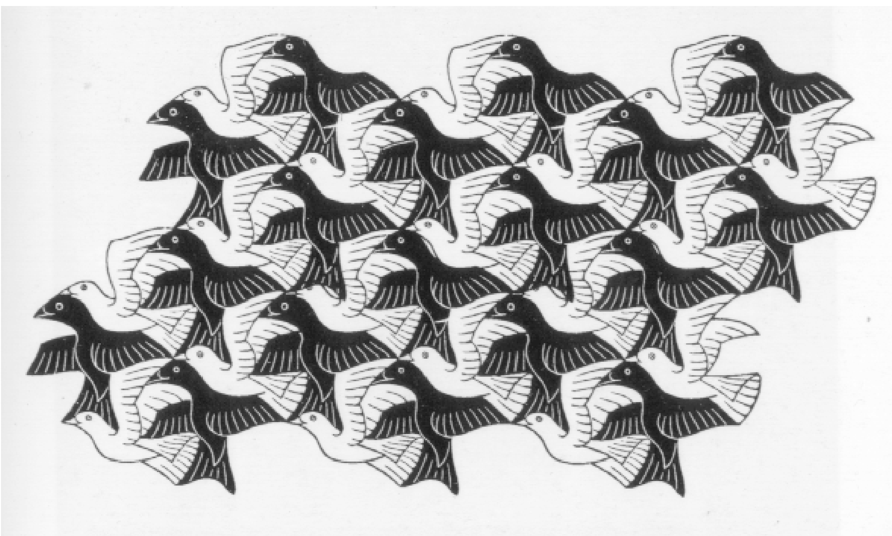
POR: ELÍAS LOYOLA CAMPOS

AUTORETRATO 1943

El 17 de junio de 1998, se cumplió el primer centenario del natalicio del genial grabador Mauricio Cornelio Escher, quien nació en Leeuwarden, Holanda, y murió el 27 de marzo de 1972.

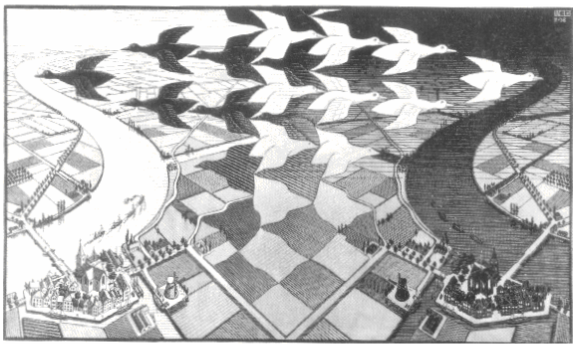
Muchos de nosotros, en alguna ocasión, hemos visto dibujos cuyo diseño nos ha atraído bastante. Las obras de M. C. Escher son de este tipo, Algunos de estos trabajos fueron reconocidos de inmediato como *formas* con sentido matemático. Escher, partiendo de dibujos árabes que conoció en la Alhambra, descubrió por su cuenta los 17 tipos de simetría existentes en el plano. Aplicó todos ellos al arte, iniciando con ello una corriente artística que se fue enriqueciendo debido a la amistad llevada, con no pocos matemáticos quienes, cautivados por sus obras, alimentaron las ideas artísticas, con elementos matemáticos cada vez más complicados. La última etapa de Escher refleja esta influencia, en ocasiones de manera directa y en otras se insinúa sutilmente.

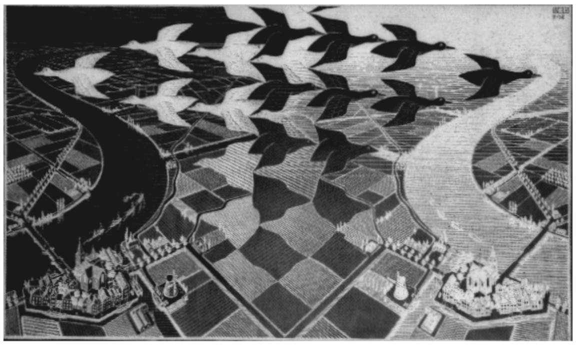
Las primeras obras que llamaron la atención de los críticos se fundamentaban en la repetición de una o dos figuras determinadas, las cuales actuaban simultáneamente como forma y fondo (campo) , esto permitía cubrir todo el plano empatando dichas figuras.



DIVISIÓN REGULAR DEL PLANO CON PÁJAROS 1949

Pobre sería la obra, si el trabajo sólo quedara ahí. Escher descubrió de inmediato las posibilidades artísticas de esta técnica y procedió a explorarlas. Una de las maneras en que utilizó los mosaicos fue la de combinarla con el efecto de gradación, creando así las famosas *Metamorfosis, Mar y cielo, Día y noche*, etcétera.

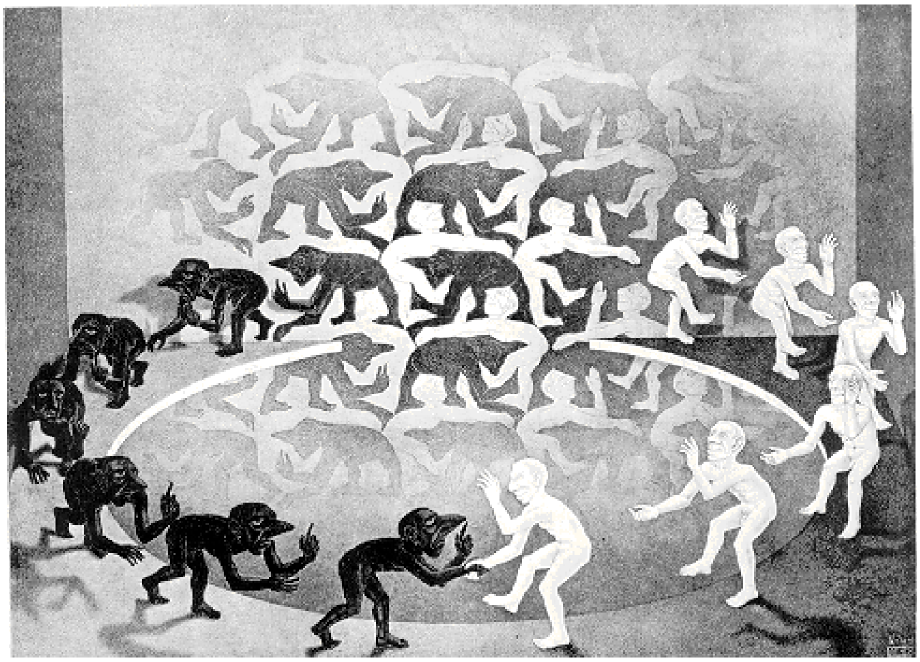




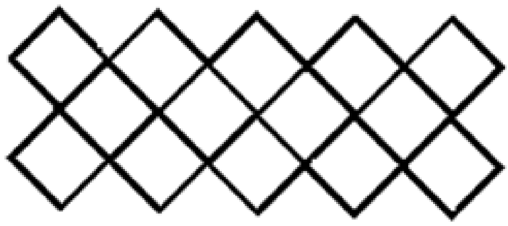
DÍA Y NOCHE 1938 (Se presenta también su negativo)

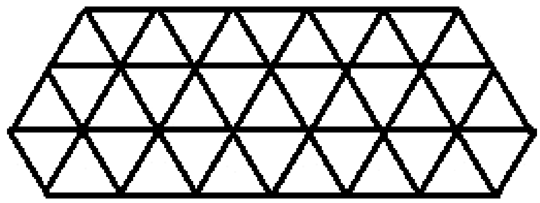
En otros casos, ya elaborado el diseño del mosaico, surgía la idea creativa. Después de preparar varios bocetos, algo imprescindible en las obras maestras, se aplicaban técnicas artísticas, para lograr trabajos sorprendentes.

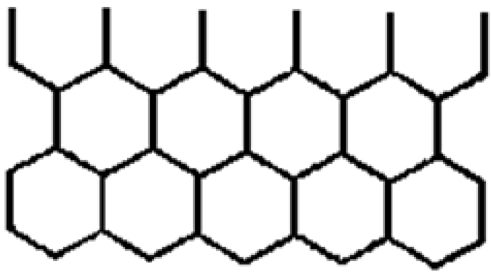
ENCUENTRO 1944



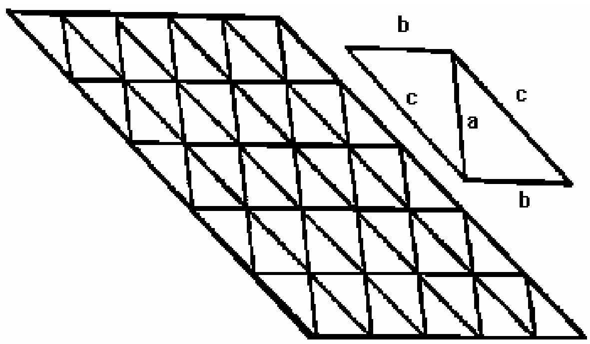
En está plática, vamos a exponer una técnica para hacer algunos tipos de mosaicos. Una manera de entender esta técnica de pavimentación, la de cubrir toda una superficie sin dejar huecos, la cual también se llama *teselación*, es recordar a los polígonos que teselan al plano y las diferentes formas en que lo hacen. Iniciamos con los polígonos regulares. Solamente hay tres de ellos que pueden cubrir al plano completamente sin sobreponerse: el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono. En todos, los casos, se debe cumplir que la suma de los ángulos interiores que coinciden en un vértice sea de 360º. Observa que esto no se cumple para el pentágono regular, ni para los polígonos regulares que tienen más de seis lados.

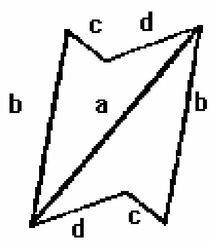


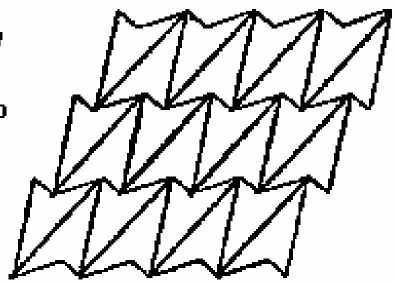


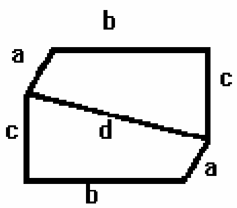


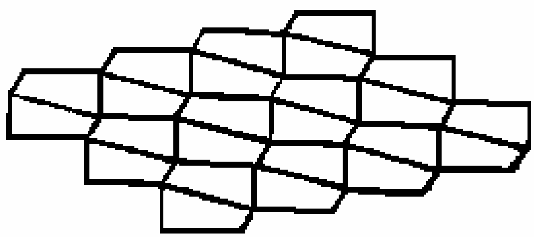
También es posible teselar al plano con cualquier triángulo, lo mismo puede decirse de los cuadriláteros, basta con acomodarlos como indican las figuras.



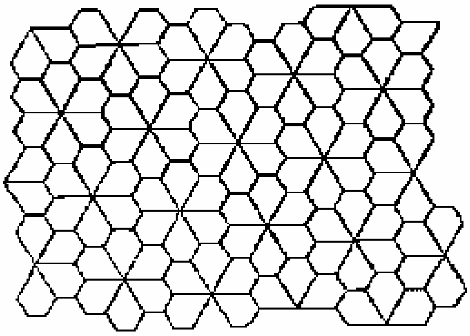
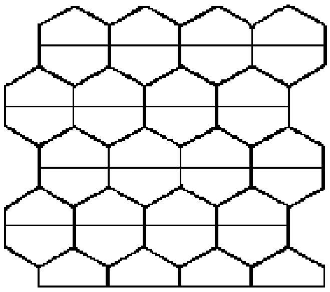
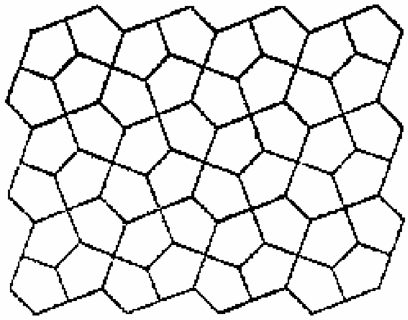




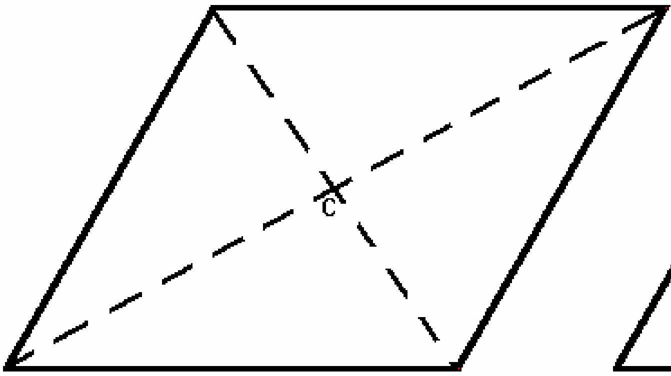


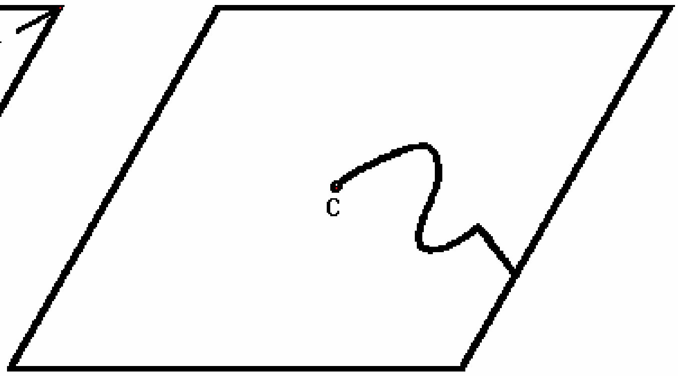


Cuando se trata de polígonos con más lados, sólo es posible hacerlo en algunos casos, porque existen ciertas condiciones que deben cumplir sus ángulos y lados.

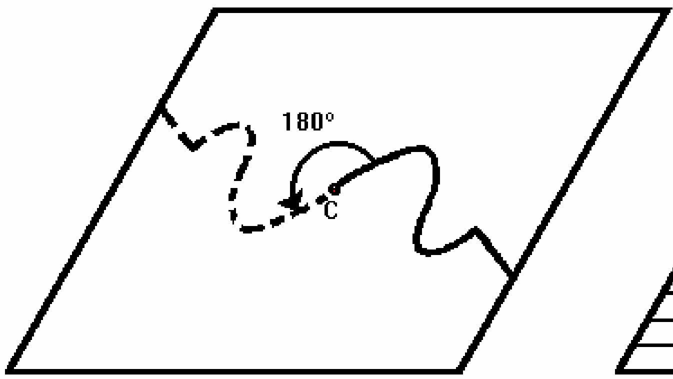




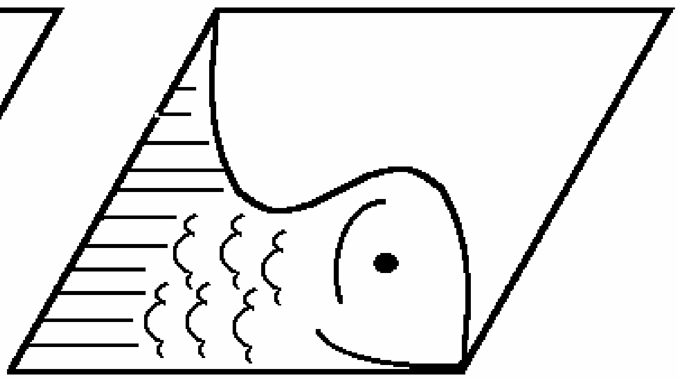
Examinaremos el paralelogramo, que es un cuadrilátero con lados paralelos y que posee simetría central de segundo orden. El centro se localiza fácilmente por medio de la intersección de sus diagonales.





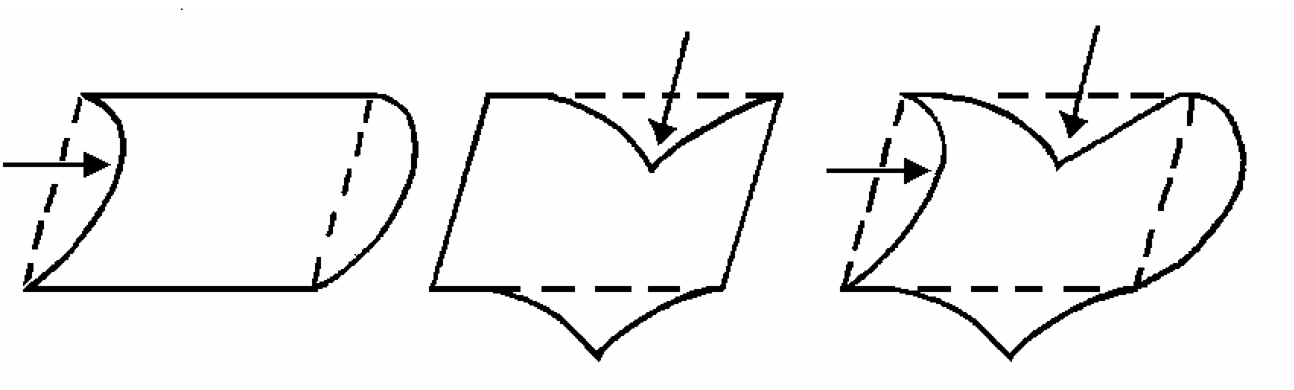
Si trazamos una curva cualquiera que parta desde el centro y llegue hasta un punto de la orilla, y luego la rotamos 180º alrededor del centro, entonces, la curva resultante de la unión de éstas partirá al paralelogramo en dos figuras congruentes.





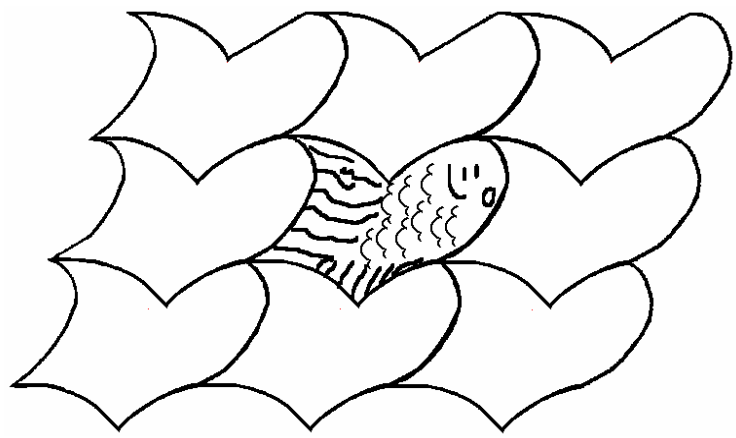
El paralelogramo es un cuadrilátero, tesela al plano completamente, y como la unión de estas dos figuras que obtuvimos es un paralelogramo, entonces es posible teselar al plano con dicha figura.

Otra manera de aprovechar al paralelogramo para hacer mosaicos es la de efectuar deformaciones de este. Las deformaciones pueden ser horizontales o verticales, o en ambas direcciones. En este proceso, lo único que se realiza es una translación de la deformación efectuada sobre los lados del paralelogramo.

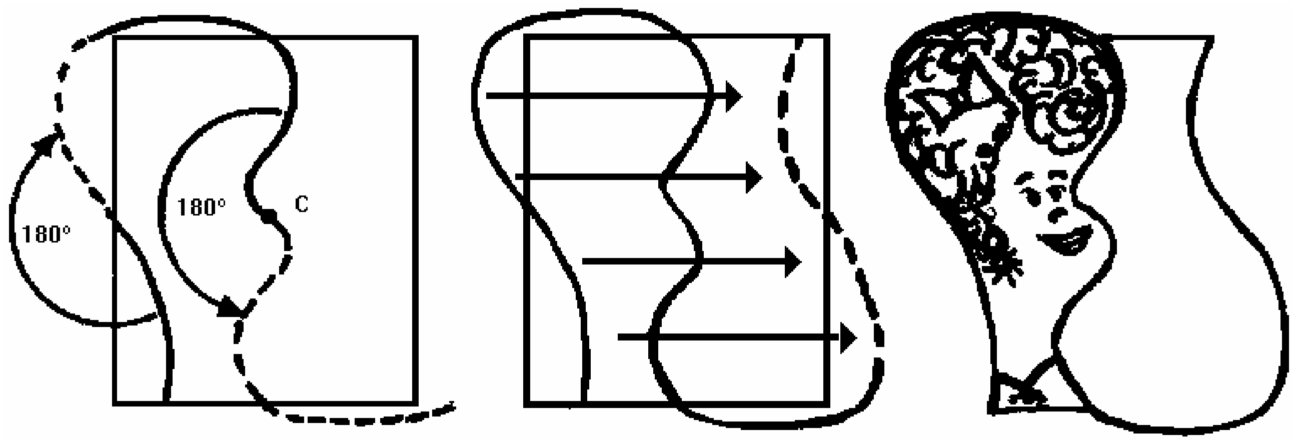


DEFORMACIÓN HORIZONTAL DEFORMACIÓN VERTICAL DEFORMACIÓN MIXTA

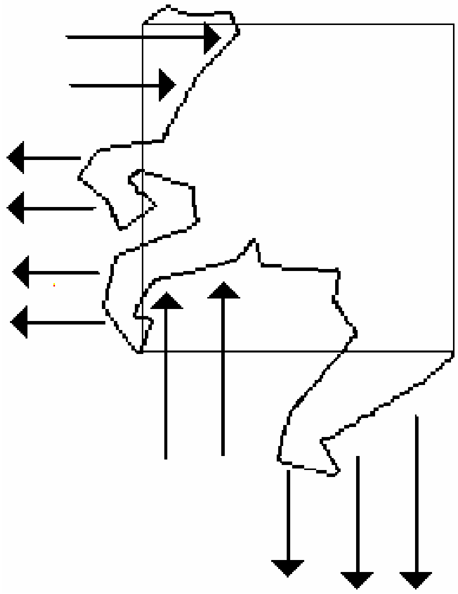
El paralelogramo, ya dijimos, tesela al plano, y como cada lado se deforma de igual manera en sentido horizontal, y lo mismo se ha hecho en dirección vertical, las piezas resultantes, todas iguales, pueden teselar al plano.

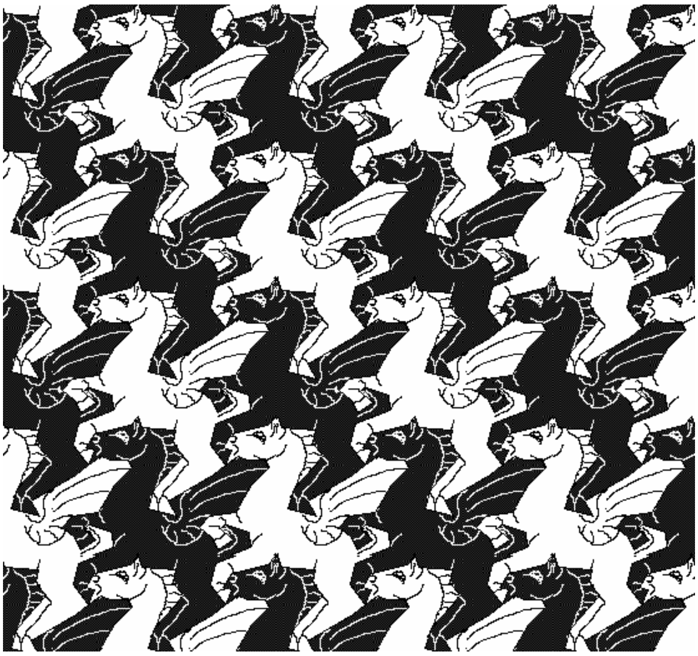


Es posible aplicar los dos tipos de técnicas ya explicados, el de partir al paralelogramo en figuras congruentes y el de deformar sus lados, para obtener un mosaico:

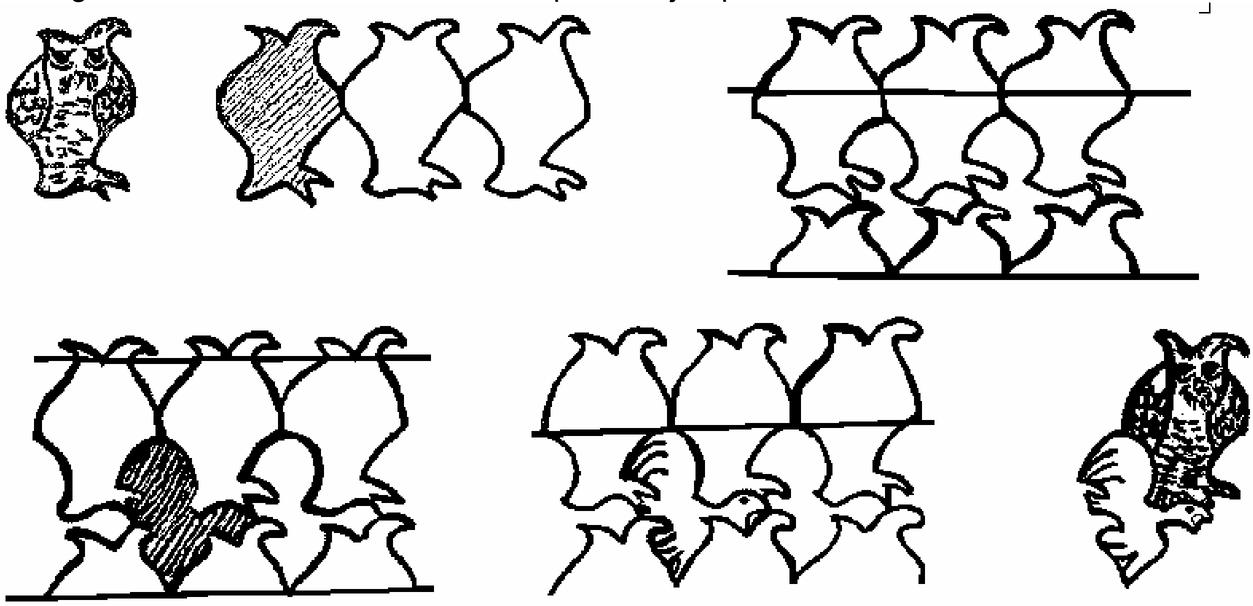


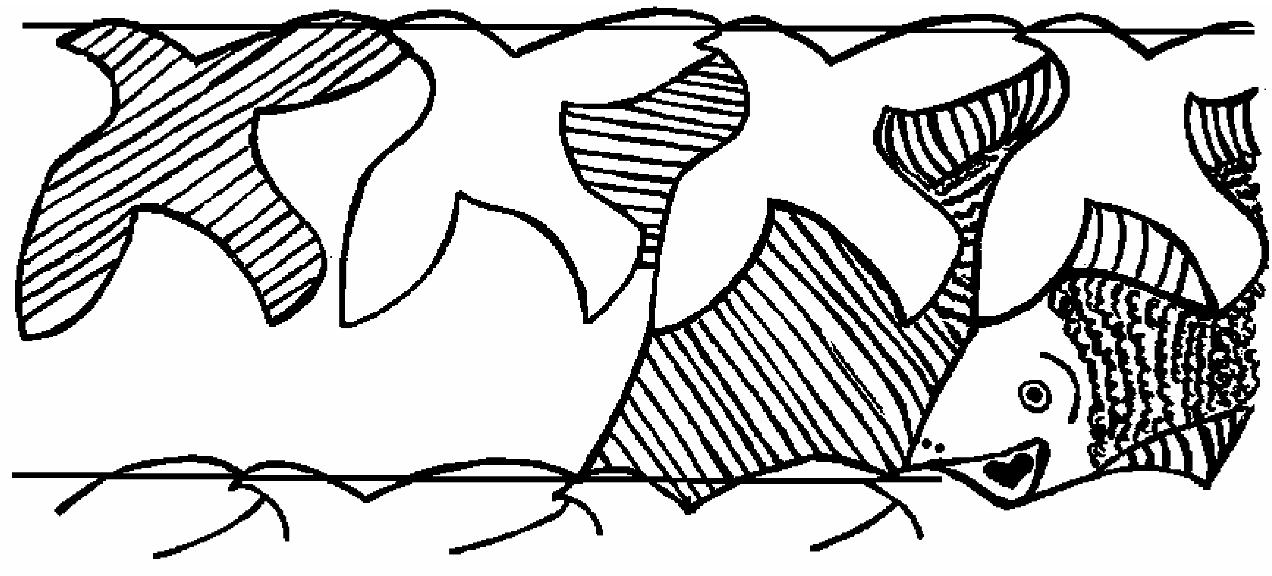
¿Qué es fácil? pues sí, pero esto que te mostramos son los elementos matemáticos que determinan a algunos tipos de figuras. Lo otro, lo artístico, depende del genio del artista y más aún de la constancia de su trabajo para crear sus obras.





Otra manera, aparentemente más complicada, donde también la translación es muy importante, consiste en tomar una figura cualquiera como forma y repetirla muchas veces mediante la translación. Posteriormente, tomar el *perfil* superior, trasladarlo hacia abajo colocándolo en la posición que ofrezca más provecho visualmente, de acuerdo a lo que pueda sugerir la construcción faltante. He aquí dos ejemplos:





Es fácil, a través del trabajo sistemático con este tipo de elementos, descubrir otros procedimientos para construir mosaicos. Por último, reproduciremos las instrucciones que dio Joseph Teeters en 1974[1].

PROCEDIMIENTO

1 A, B, C, D y N son puntos tales que A, N y B están alineados, los ángulos ANC y NCD son rectos (miden 90º) y $AN = NB$ y $CD = AB$ (figura 1).

2 S es una curva contínua que une a A con N, como lo muestra la figura 2.

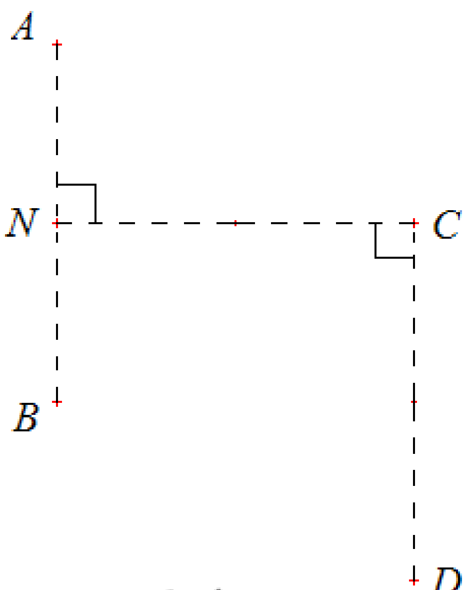


fig. 1

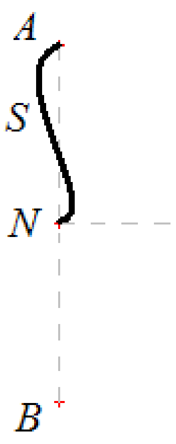


fig. 2

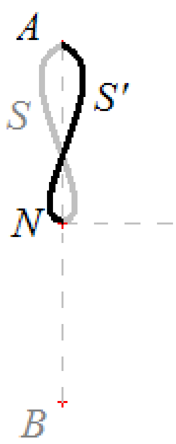


fig. 3

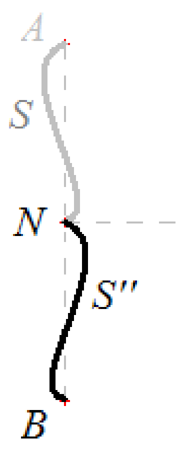


fig. 4

3 Refleje a la curva S sobre la recta AN (figura 3) y llame S' a dicha reflexión.

4 Traslade a S' a lo largo de la recta AN, hasta B, en una distancia igual a AN (figura 4). Llame S'' a la traslación de la curva S' en esta posición. A la combinación de las curvas S y S'' la denotaremos por S_1.

5 Dibuje el bisector perpendicular LM de NC. Refleje S_1 sobre la recta LM. S'_1 representa la reflexión de S_1 (figura 5).

[1] Joseph L. Teeters. *How to Draw Tessellations of the Escher Type*. Mathematics Teacher. Abril de 1974.

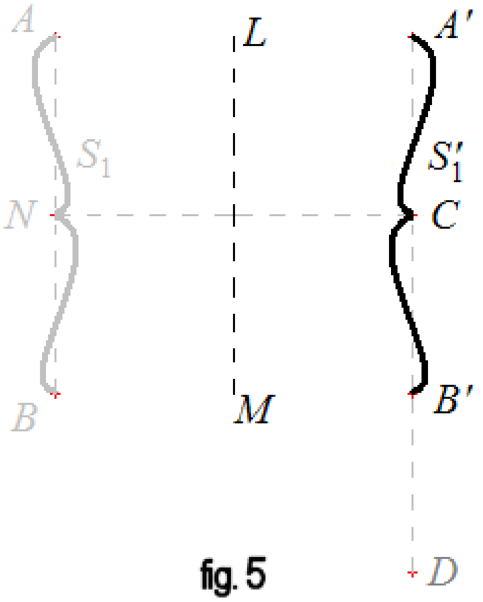


fig. 5

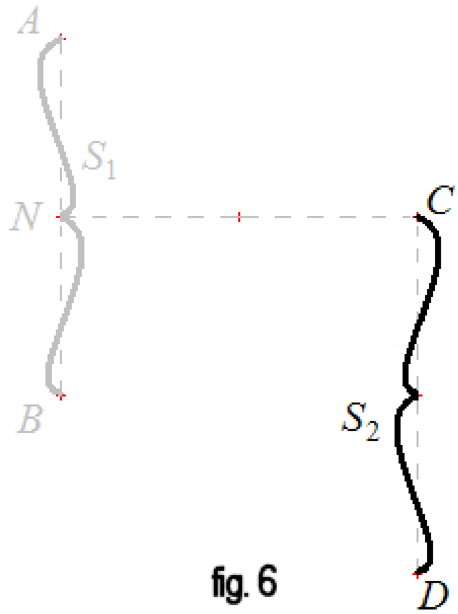


fig. 6

6 Traslade S'_1 hasta D, a través de la línea CD, una distancia igual a AN. A esta nueva posición de S'_1 le llamaremos S_2 (figura 6).

7 Dibuje una curva continua que conecte a A con C y llámele T, como se ve en la figura 7.

8 Traslade T hacia abajo a una distancia AB, de tal manera que cada punto de T se mueva paralelamente a las rectas AB y CD. A esta posición final de T se le representa por R en la figura 8.

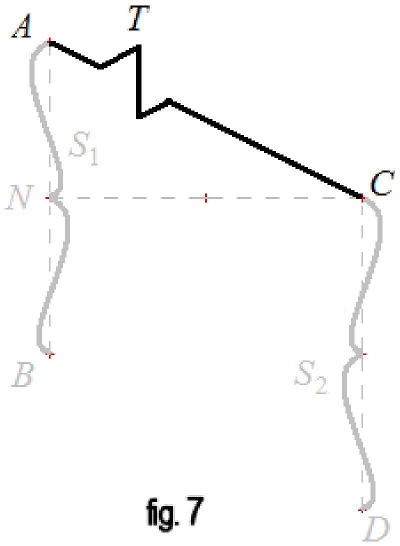


fig. 7

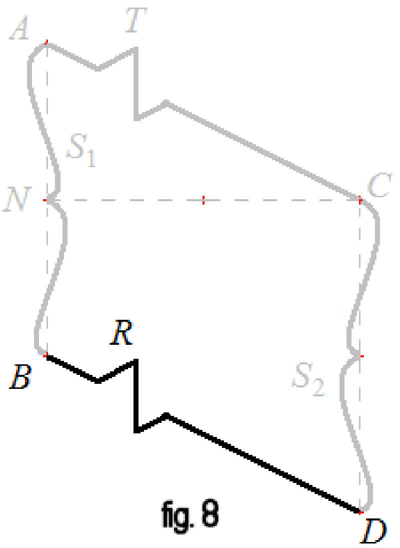


fig. 8

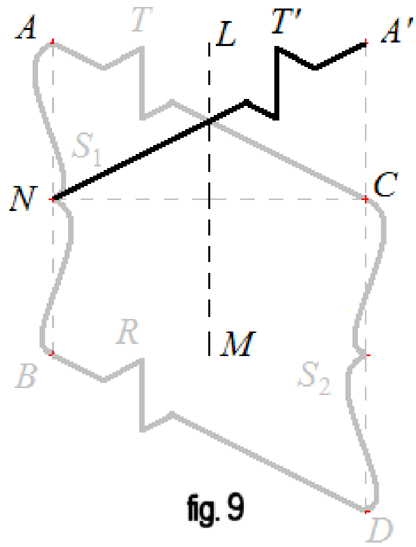


fig. 9

9 Ahora hay que dividir la región encerrada por S_1, S_2, T y R en dos partes congruentes. Esto se puede hacer reflejando T sobre la línea LM, la cual es bisector perpendicular de NC. Esta reflexión está representada por T' en la figura 9.

10 Traslade T' hacia B, una distancia NB, de tal manera que cada punto de T' se mueva paralelo a las rectas AB y CD. Esta posición final de T' está representada por P en la figura 10.

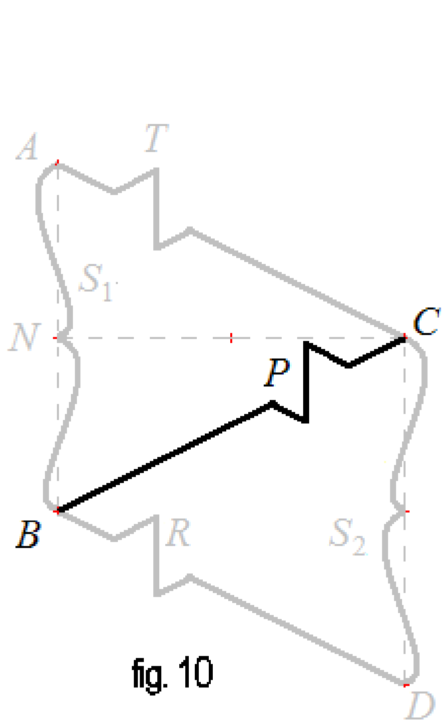


fig. 10

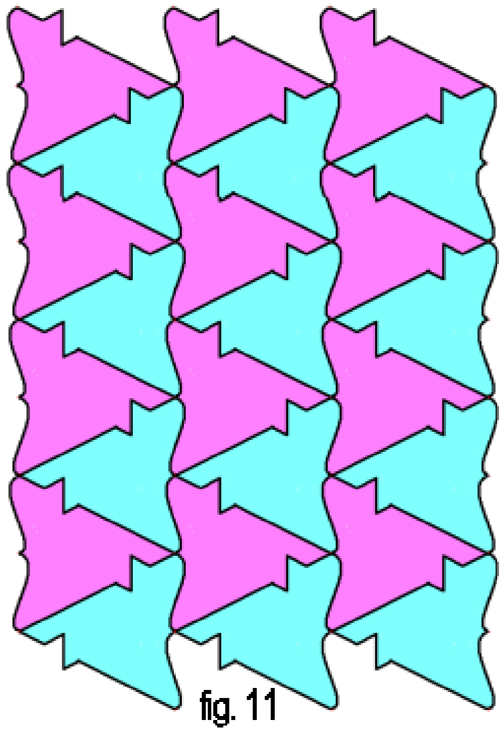


fig. 11

Como podemos ver, y también es posible demostrar, la figura formada por la unión de las curvas S_1 , T y P es congruente con la que forman las curvas S_2 , R y P. Pero también el contorno de la unión de ellas, es decir la figura que forman las curvas S_1 , T, S_2 y R es una deformación sobre los lados de un paralelogramo, como las que ya vimos antes. Por lo tanto, será posible teselar al plano con este par de mosaicos congruentes, simplemente mediante la traslación. (figura 11)

¿Podrías decir cuáles son los elementos (puntos y curvas, según el procedimiento de Teeters) que determinan a *Los jinetes*?

Intenta realizar tus propios diseños. Te agradecería que me enviaras una copia de ellos porque a mí me gustan mucho este tipo de mosaicos. Puedes escribirme a mi correo electrónico:

elias_loyola@hotmail.com

Edición modificada en marzo de 2011 para ser presentada en el 1er Congreso Estatal de Enseñanza de las Matemáticas de la ANPM, Zacatecas, Zacatecas.