

## MATEMATICOS ACTUALES

### **Michael Francis Atiyah, k-Teoría, Teorema del índice, Teoría cuántica de campos**

El padre de Michael Atiyah , Edward Selim Atiyah (1903-1964), era libanés y su madre, Jean Levens, era escocesa. Edward, cuyo padre era médico en Jartum, había sido educado en el Brasenose College, Oxford, y se había convertido en un funcionario público en Jartum. También fue creador de un servicio de transmisión de radio durante la Segunda Guerra Mundial. Siempre fue un firme partidario de la causa palestina. Michael Atiyah, cuando fue entrevistado en [Referencia 32], habló sobre su padre:

*El sueño principal de mi padre era ir a Oxford. Quería convertirse en un inglés. No funcionó bien. Cuando regresó a Sudán, descubrió que no formaba parte de la estructura de clases inglesa, era considerado como una de las clases más bajas, aunque se hubiera educado en Oxford y se consideraba a sí mismo como culturalmente inglés. Eso le dio la vuelta un poco. Se convirtió en un nacionalista árabe en cierta medida. Toda su vida se dividió entre querer apasionadamente ser inglés y simpatizar con la posición política árabe dentro del imperio británico.*

La madre de Michael, Jean, aunque era de ascendencia escocesa, era hija de un ministro de una iglesia en Yorkshire. Vivía en Oxford y había estudiado allí en la universidad. Fue en Oxford donde Edward y Jean se encontraron. Tuvieron cuatro hijos, tres varones, Michael, Patrick Selim (nacido el 5 de marzo de 1931, que se convirtió en abogado y académico inglés) y Joseph (conocido como Joe, el más joven de los cuatro hijos), quien después de obtener un título en matemáticas de la Universidad de Cambridge, se convirtió en un científico informático que trabajaba en programas informáticos y telecomunicaciones, y una hija, Selma (que estudió inglés en una universidad estadounidense y vive en Estados Unidos). Aunque nació en Londres, Michael creció en Jartum. Sin embargo, para evitar el calor del verano, la familia generalmente regresaba a Inglaterra en ese época. Michael recibió la educación primaria en la escuela diocesana de Jartum, a la que entró en 1934, cuando tenía cinco años. Completó su educación primaria en 1941 y la familia, como de costumbre, regresó a Inglaterra.



El Líbano había sido controlado por los franceses y, después de la caída de Francia en 1940, quedó bajo el control del gobierno de Vichy. Después de su viaje a Inglaterra, la familia Atiyah regresó al Líbano a través de Francia en 1941 y Michael

continuó en una escuela francesa. Sin embargo, justo después de que esto comenzara, los británicos y los franceses libres comenzaron a luchar para ganar el control del Líbano. Michael fue enviado al Victoria College en El Cairo. Era un internado modelado en el sistema de internados inglés y era una escuela a la que su padre, Edward, había asistido. Michael escribe en la autobiografía [Referencia 3]:

*En Victoria College recibí una buena educación básica, pero tuve que adaptarme a ser dos años más joven que la mayoría de los demás en mi clase. Sobreviví ayudando a los niños mayores con sus tareas y así me protegieron de la inevitable intimidación de un internado.*

También habló en [Referencia 35] acerca de cómo llegó a elegir las matemáticas:

*Siempre me interesaron las matemáticas desde muy temprana edad. ... Mis padres siempre pensaron que yo era matemático desde que nací. ... Pero hubo una etapa [en el Victoria College en El Cairo] en la que me interesé mucho en la química, y llegué a pensar que esta dedicación sería grandiosa; sin embargo, después de aproximadamente un año de química avanzada, decidí que no era lo que quería hacer y volví a las matemáticas. Nunca consideré seriamente hacer otra cosa.*

Dio una descripción algo más completa de su decisión entre química y matemáticas en la entrevista. Dijo que fue la química inorgánica lo que lo dejó fuera del tema [Referencia 15]:

*Era cómo hacer ácido sulfúrico y todo ese tipo de cosas. Listas de hechos, solo hechos, tuvo que memorizar una gran cantidad de material. La química orgánica era más interesante, tenía un poco de estructura. Pero la química inorgánica era solo una montaña de hechos en libros como este. Es cierto que en matemáticas realmente no necesitas una memoria enorme. Puedes resolver la mayoría de las cosas por ti mismo, recordando algunos principios. Si eres bueno en eso, entonces todo viene fácilmente. Si quieres hacer otras cosas, tienes que trabajar duro para aprender muchos hechos. Había una razón, creo. Pero me gusta pensar, soy bueno en eso y continuaré.*

Después de finalizar la guerra en 1945, Edward Atiyah volvió a vivir permanentemente en Inglaterra. Michael Atiyah asistió a *Manchester Grammar School*, una de las mejores escuelas de matemáticas del país. Aunque solo tenía dieciséis años, ya había realizado sus exámenes de nivel. A dos años antes que sus grupos de edad en el *Victoria College* de El Cairo. Sus dos años en *Manchester Grammar School* los pasó entrenándose para los exámenes de las becas de Cambridge. Sin embargo, fue en esta escuela donde llegó a amar la geometría [Referencia 3]:

*Descubrí que tenía que trabajar muy duro para mantenerme al día con la clase y la competencia fue dura. Tuvimos un profesor antiguo pero inspirador que se*



*Graduó en Oxford en 1912 y de él adquirí un amor por la geometría proyectiva, con sus elegantes pruebas sintéticas, que nunca me han dejado indiferente. Me convertí y seguí siendo, principalmente, un geómetra, aunque esa palabra se ha reinterpretado de diferentes maneras en diferentes niveles. También me presentaron el trabajo de Hamilton sobre los cuaterniones, cuya belleza me fascinó y todavía me fascina.*

Ganó una beca para el Trinity College de Cambridge en 1947. Sin embargo, en lugar de ir directamente a la universidad, que era una opción, decidió hacer el Servicio Nacional de dos años, que era obligatorio en ese momento. Se desempeñó como oficial administrativo y aprovechó la oportunidad para leer libros y artículos de matemáticas. Leyó, por ejemplo, la *teoría de los números de Hardy y Wright*. En este momento comenzó también leer artículos sobre teoría de grupos. Se le otorgó un permiso especial para interrumpir el último año de su servicio militar y estudiar en Cambridge. Allí jugó mucho al tenis y estudió ávidamente las matemáticas por su cuenta en la biblioteca. Se matriculó en el Trinity College en el otoño de 1949. Muchos de sus compañeros estudiantes habían decidido posponer su Servicio Nacional, por lo que Atiyah fue uno de los estudiantes más antiguos en su curso. Con su talento excepcional, su madurez adicional y el estudio que había realizado antes de comenzar el curso, no es sorprendente que saliera primero en el puesto a pesar de tener muchos compañeros de gran talento. Siendo todavía un estudiante universitario, escribió su primer artículo *A note on the tangents of a twisted cubic* (1952).



Michael Atiyah en 1955

Después de graduarse con su licenciatura en 1952, Atiyah continuó investigando en el Trinity College, Cambridge donde obtuvo su doctorado en 1955 con su tesis *Some Applications of Topological Methods in Algebraic Geometry*. Su asesor de tesis fue William VD Hodge. Hablando del trabajo para su tesis, Atiyah dijo [Referencia 35]:

*Llegué a Cambridge en un momento en que el énfasis en la geometría estaba en la geometría algebraica proyectiva clásica del tipo antiguo, que disfruté mucho. Habría seguido trabajando en esa área, excepto que Hodge representaba un punto de*

*vista más moderno: la geometría diferencial en relación con la topología. Reconocí eso. Fue una decisión muy importante para mí. Podría haber trabajado en cosas más tradicionales, pero creo que fue una elección acertada, y al trabajar con él me involucré mucho más con las ideas modernas. Me dio buenos consejos y desde el primer momento colaboramos juntos. Hubo un trabajo reciente en Francia en ese momento sobre la teoría de la haces. Me interesé en él, él también se interesó en lo mismo y trabajamos juntos. Escribimos un artículo conjunto que formaba parte de mi tesis. Todo esto fue desde luego muy beneficioso para mí.*

Atiyah publicó dos artículos conjuntos con su asesor de tesis William Hodge, *Formes de seconde espèce sur une variété algébrique* (1954) e *Integrals of the second kind on an algebraic variety (Integrales del segundo tipo sobre una variedad algebraica)* en 1955. También publicó varios trabajos como autor único. *Complex fibre bundles*

*and ruled surfaces* (1955). Fue nombrado miembro del Trinity College de Cambridge en 1954. Se casó con Lily Brown el 30 de julio de 1955. Tuvieron tres hijos John, David y Robin. Lily, nacida en Edimburgo en 1928, era hija de un trabajador portuario en el astillero naval de Rosyth. Ella había estudiado matemáticas primero en la Universidad de Edimburgo y luego continuaría en Cambridge. Continuó a fin de obtener un doctorado, trabajando bajo la dirección de Mary Cartwright. Lily había conocido a Michael Atiyah en Cambridge pero, cuando se casaron, era profesora en el Bedford College de Londres. A Michael se le otorgó una beca de la Commonwealth para estudiar en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton durante 1955-56. Lily tuvo que decidir si debía mantener su trabajo en Bedford College o bien ir a Princeton con su esposo. Ella eligió ir a Princeton con su esposo y renunció a su puesto en Bedford College. Este fue un año importante para Atiyah que se reunió, entre otros, con Jean-Pierre Serre, Friedrich Hirzebruch, Kunihiko Kodaira, Donald Spencer, Raoul Bott e Isadore Singer. Al regresar a Cambridge, fue profesor universitario desde 1957 y miembro de Pembroke College desde 1958. Permaneció en Cambridge hasta 1961 cuando entró en el grupo de lectores de la Universidad de Oxford, donde se convirtió en miembro del St Catherine's College.



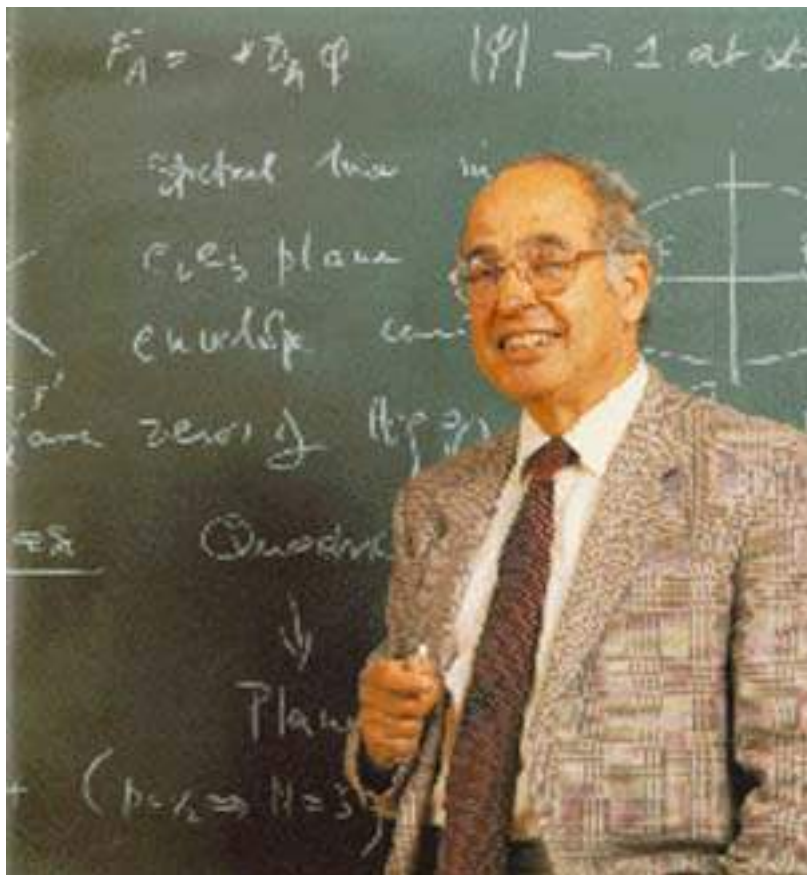
Atiyah pronto ocuparía la prestigiosa Cátedra de Geometría Savilian en Oxford, desde 1963 hasta 1969, cuando fue nombrado profesor de matemáticas en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Después de tres años en Princeton, Michael Atiyah regresó a Inglaterra y se convirtió en profesor de investigación de la Royal Society en Oxford. También fue elegido miembro del St Catherine's College, Oxford. Oxford permanecería en el pensamiento de Atiyah hasta 1990, cuando se convirtió en Maestro del Trinity College, Cambridge, y Director del recientemente inaugurado Instituto Isaac Newton de Ciencias Matemáticas en Cambridge.

Atiyah mostró cómo el estudio de los paquetes de vectores en el espacio podría considerarse como el estudio de la teoría de la cohomología, llamada teoría K. Grothendieck también contribuyó sustancialmente al desarrollo de la teoría K. En [Referencia 13] el trabajo matemático inicial de Atiyah se describe así:

*Michael Atiyah ha contribuido a una amplia gama de temas en matemáticas centrados en la interacción entre la geometría y el análisis. Su primera contribución importante (en colaboración con F. Hirzebruch) fue el desarrollo*

de una nueva y poderosa técnica en topología (teoría K) que condujo a la solución de muchos problemas difíciles pendientes. Posteriormente (en colaboración con IM Singer). Estableció un importante teorema que trata el número de soluciones de ecuaciones diferenciales elípticas. Este 'teorema de índice' tenía antecedentes en la geometría algebraica y llevó a nuevos enlaces importantes entre la geometría diferencial, la topología y el análisis. Combinado con consideraciones de simetría, llevó (junto con Raoul Bott) a un nuevo y refinado "teorema de punto fijo" con amplia aplicabilidad.

Por estos logros iniciales, Atiyah obtuvo la Medalla Fields en el Congreso Internacional de Moscú en 1966. Henri Cartan dio un discurso sobre las contribuciones de Atiyah en el Congreso, ver [Referencia 18]. La teoría K y el teorema del índice se estudian en el libro *La teoría K* de Atiyah (de 1967, reproducido en 1989) y su trabajo conjunto con GB Segal, *El Índice de Operadores Elípticos IV*, en *Annals of Mathematics*, volúmenes 88 y 93 (1968, 1971). Atiyah también describió su trabajo sobre el teorema del índice en *El índice de operadores elípticos*, dado como una Conferencia de coloquios de la American Mathematical Society en 1973.



Las ideas que llevaron a que Atiyah obtuviera la Medalla Fields se consideraron más tarde relevantes para evaluar las teorías de las partículas elementales. Nuevamente citamos [Referencia 13]:

*El teorema del índice podría interpretarse en términos de la teoría cuántica y ha demostrado ser una herramienta útil para los físicos teóricos. Más allá de estos problemas lineales, las teorías gauge implicaban profundas e interesantes ecuaciones diferenciales no lineales. En particular, las ecuaciones de Yang-Mills han resultado ser particularmente fructíferas para los matemáticos. Atiyah inició gran parte del trabajo inicial en este campo y*

*su alumno Simon Donaldson hizo un uso espectacular de estas ideas en la geometría de 4 dimensiones. Más recientemente, Atiyah ha sido influyente en resaltar el papel de la topología en la teoría cuántica de campos y en llevar el trabajo de los físicos teóricos, en particular E. Witten, a la atención de la comunidad matemática.*

Las teorías del superespacio y la supergravedad y la teoría de cuerdas de las partículas fundamentales, que involucra la teoría de las superficies de Riemann de en formas novedosas e inesperadas, fueron todas áreas de la física teórica que se desarrollaron utilizando las ideas que Atiyah estaba introduciendo.



Michael Atiyah e Isadore Singer

Atiyah ha publicado varios libros de gran influencia: K-theory (1967) (con IG Macdonald), Introducción al álgebra conmutativa (1969), Campos vectoriales en variedades (1970), Operadores elípticos y grupos compactos (1974), Geometría en campos Yang-Mills (1979) (con NJ Hitchin), La geometría y dinámica de los monopolos magnéticos (1988), La geometría física de los nudos (1990), Video, Los misterios del espacio (1992), Siamo tutti Matematici (2007), y Edinburgh Lectures on Geometry, Analysis and Physics (2010).

Damos extractos de algunas reseñas de estos libros, algunos extractos de prefacios y algunas descripciones de editores en al final de este artículo.

Michael Atiyah y John Tate describieron los Problemas del Premio Millennium del Clay Mathematics Institute en una conferencia en París el 24 de mayo de 2000. La conferencia de Atiyah cubrió la conjetura de Poincaré, la conjetura de Hodge, la teoría cuántica de Yang-Mills y la ecuación de Navier-Stokes. Explicó los problemas y los colocó en su contexto histórico. También discutió las implicaciones para varios campos de la matemática y la física si se encontraran soluciones a estos problemas. Está disponible un video de 60 minutos sobre esta conferencia, titulado *Los problemas del premio del milenio*.

Se han publicado seis volúmenes de las *obras completas* de Atiyah. Estos contienen un comentario de Atiyah y en el Prefacio, él mismo comenta sobre la práctica de publicar 'obras recopiladas' durante la vida de su autor:

*Parece estar cada vez más de moda publicar 'obras recopiladas' mucho antes de la desaparición del autor. Hay varias ventajas claras para todas las partes: la posteridad se ahorra la molestia de realizar la colección, mientras que el autor puede agregar algunos toques personales a través de un comentario. También hay desventajas: el comentario será parcial y el autor puede sentir que se está jubilando.*

Otro aspecto importante de la contribución de Atiyah es la notable colección de estudiantes de doctorado que supervisó. Hemos enumerado a sus estudiantes con el título y la fecha de su tesis y, para aquellos que sabemos que han seguido una carrera académica, y una universidad en la que han enseñado (ver el final de este artículo, después de las reseñas de los libros).

Tenemos un dato más para dar al lector. Extractos breves de ocho artículos escritos por Michael Atiyah para una audiencia general. Ver el final, después del listado de sus estudiantes.

Atiyah ha recibido muchos honores durante su carrera, además de la Medalla Fields mencionada anteriormente, y aunque no podemos enumerarlos todos, daremos una cuenta bastante completa. Fue elegido miembro de la Royal Society de Londres en 1962 a la edad de 32 años. Recibió la Medalla Real de la Sociedad en 1968 y su Medalla Copley en 1988. Dio la Conferencia Bakerian de la Royal Society sobre geometría *global* en 1975 y fue presidente de la Royal Society desde 1990 hasta 1995.



Atiyah, Donaldson y Quillen

Entre los premios que ha recibido se encuentran el Premio Feltrinelli de la Academia Nazionale dei Lincei en 1981, el Premio Internacional de Ciencia Rey Faisal en 1987, el Premio Gunning Victoria Jubilee de la Royal Society de Edimburgo en 1990, la Medalla Benjamin Francklin en 1993, la Medalla Conmemorativa Jawaharlal Nehru en 1993, la Orden de Andrés Bello (1ª Clase) de la República de Venezuela en 1997, la Medalla Real de la Real Sociedad de Edimburgo en 2003, la Orden del Mérito (Oro) del Líbano en 2005 y la Medalla del Presidente del Instituto de Física en 2008. En 2004, Atiyah e Isadore Singer fueron galardonados con el premio Neils Abel, de 480 000 Libras esterlinas, por la Academia Noruega de Ciencias y Letras:

*... por su descubrimiento y prueba del teorema del índice, que reúne topología, geometría y análisis, y su destacado papel en la construcción de nuevos puentes entre las matemáticas y la física teórica.*

Recibieron el premio del rey Harald V de Noruega en una ceremonia en Oslo.

Atiyah fue profesor de coloquios de la American Mathematical Society en 1973. Fue presidente de la London Mathematical Society en 1974-76 al recibir su Medalla De Morgan en 1980. También fue nombrado caballero en 1983 y se convirtió en miembro de la Orden del Mérito en 1992.

Ha sido elegido miembro extranjero de muchas academias nacionales, entre ellas: La Academia Estadounidense de las Artes y las Ciencias (1969), la Real Academia de Ciencias de Suecia (1972), la Academia Alemana de Científicos Leopoldina (1977), la Academia de Ciencias, París (1978), la academia Nacional de Ciencias de Estados Unidos (1978), Real Academia de Irlanda (1979), Tercera Academia Mundial de Ciencias (1983), Academia Australiana de Ciencias (1992), la Academia Nacional de Ciencias de la India (1993), Academia Rusa de Ciencias (1994), Academia de Ciencias de Georgia (1996), Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales de Venezuela (1997), Sociedad Americana de Filosofía (1998), Academia Nazionale dei Lincei, Roma (1999), Real Sociedad Noruega de Ciencias y Letras (2001), Unión de Matemáticas de Checoslovaquia (2001), Moscow Mathematical Society (2001), Academia Real de Ciencias de España (2002), Academia de Ciencias Libanesa (2008), Academia de Ciencias y Letras de Noruega. Se le ha hecho miembro honorario o miembro de: Trinity College, Universidad de Cambridge (1976), Pembroke College, Universidad de Cambridge (1983), Royal Institution (1991), St Catherine's College, Universidad de Oxford, (1991), Darwin Colegio, Universidad de Cambridge (1992), Real Academia de Ingeniería (1993), Nuevo Colegio, Universidad de Oxford (1999), Facultad de Actuarios (1999), Academia de Ciencias Médicas (2000). Muchas universidades le han otorgado un título honorífico que incluye: Bonn (1968), Warwick (1969), Durham (1979), St Andrews (1981), Trinity College Dublin (1983), Chicago (1983), Edimburgo (1984), Cambridge (1984), Essex (1985), Londres (1985), Sussex (1986), Gante (1987), Reading (1990), Helsinki (1990), Leicester (1991), Rutgers (1992), Salamanca (1992), Montreal (1993), Waterloo (1993), Gales (1993), Queen, etc.

Terminemos esta biografía registrando los tristes hechos de que el hijo mayor de Atiyah, John, murió el 24 de junio de 2002 mientras estaba de vacaciones en los Pirineos con su esposa, mientras que Jeremy, el hijo menor del hermano de Atiyah, Patrick, murió el 12 de abril de 2006 mientras caminaba en Italia. Lily Atiyah murió el 13 de marzo de 2018 a la edad de 90 años. Michael Atiyah falleció el 11 de enero de 2019.



## Referencias:

1 Biografía en la *enciclopedia británica*.

<http://www.britannica.com/biography/Michael-Francis-Atiyah>

## Libros:

2 ST Yau (ed.), *Los fundadores de la teoría del índice: reminiscencias de y sobre Atiyah, Bott, Hirzebruch y Singer* (International Press, Somerville, MA, 2003).

## Artículos:

3 El Premio Abel 2004.

<http://www.abelprize.no/c53865/binfil/download.php?tid=53806>

<http://www.abelprisen.no/binfil/download.php?tid=56995>

4 Atiyah y Singer reciben el Premio Abel 2004, *Avisos Amer. Mates. Soc.* 51 (6) (2004), 649-650.

5 M Atiyah, discurso del presidente, Sir Michael Atiyah, pronunciado en la reunión de aniversario del 29 de noviembre de 1991, *Notes and Records Roy. Soc. Londres* 46 (1) (1992), 155-169.

6 M Atiyah, Discurso del Presidente, Sir Michael Atiyah, OM, pronunciado en la reunión de aniversario del 30 de noviembre de 1994, *Notes and Records Roy. Soc. Londres* 49 (1) (1995), 141-151.

7 M Atiyah, Science for Evil: The Scientist's Dilemma, *British Medical Journal* 319 (7207) (1999), 448-449.

8 M Atiyah, Geometría y Física, *The Mathematical Gazette* 80 (487) (1996), 78-82.

9 M Atiyah, Consejo para un joven matemático, en *The Princeton Companion to Mathematics* (Princeton, 2008), 1000-1004.

10 M Atiyah, Matemáticas: Reina y criada de las Ciencias, *Proc. Amer. Filosofía Soc.* 137 (4) (1993), 527-531.

11 M Atiyah, ¿qué es la geometría? El discurso presidencial de 1982, *The Mathematical Gazette* 66(437) (1982), 179-184.

12 M Atiyah, Matemáticas en el siglo 20, *Amer. Mates. Mensual* 108 (7) (2001), 654-666.

13 Michael F Atiyah, en M Atiyah y D Iagolnitzer (eds.), *Fields Medalists Lectures* (Singapur, 1997), 113-114.

14 Sir Michael Atiyah FRS, *Instituto Isaac Newton de Ciencias Matemáticas*.

<http://www.newton.ac.uk/about/history/atiyah>

15 Sir Michael Atiyah sobre matemáticas, física y diversión, el sitio web oficial *The String Theory*.

<http://www.superstringtheory.com/people/atiyah.html>

16 C Bartocci, Michael F Atiyah: razones profundas de las matemáticas, en *Mathematical lives* (Springer, Berlín, 2011), 197-208.

17 H Cartan, L'oeuvre de Michael F Atiyah, *Actas del Congreso Internacional de Matemáticos, Moscú, 1966* (Moscú, 1968).

18 H Cartan, L'oeuvre de Michael F Atiyah, en *conferencias de Medallistas de los campos* (World Sci. Publ., River Edge, NJ, 1997), 105-110.

19 E Getzler, La fórmula de punto fijo Atiyah-Bott, en *Raoul Bott: documentos recopilados*, vol. 2 (Boston, MA, 1994), xxxi-xxxiii.

20 J Hurtubise, Revisión: La geometría y la dinámica de los monopolos magnéticos, por Michael Atiyah y Nigel Hitchin, *American Scientist* 77 (3) (1989), 296-297.

21 F Hirzebruch, Review: K-Theory, por MF Atiyah, *American Scientist* 57 (2) (1969), 153A-154A.

22 N Hitchin, Sir Michael Atiyah: Una breve biografía, en ST Yau (ed.), *Los fundadores de la teoría del índice: reminiscencias de y sobre Atiyah, Bott, Hirzebruch y Singer* (International Press, Somerville, MA, 2003).

23 NJ Hitchin, Sir Michael Atiyah: Una breve biografía, *Celebratio Mathematica*.

[http://celebratio.org/Atiyah\\_MF/article/45](http://celebratio.org/Atiyah_MF/article/45)

24 Entrevista con Michael Atiyah y Isadore Singer, *Mitt. Dtsch. Math.-Ver.* 12 (4) (2004), 272-281.

25 L Kirby, Lilly (Brown) Atiyah: Una breve biografía, *Celebratio Mathematica*.

[http://celebratio.org/Atiyah\\_L/article/215/](http://celebratio.org/Atiyah_L/article/215/)

26 C LeBrun, Revisión: La geometría y dinámica de los monopolos magnéticos, por Michael Atiyah y Nigel Hitchin, *American Scientist* 78 (1) (1990), 70-71.

27 DJ Lewis y BR McDonald, Revisión: Introducción al álgebra conmutativa, por MF Atiyah e IG MacDonald, *Amer. Mates. Mensual* 77 (7) (1970), 783-784.

28 L Loftus, las grandes mentes del mundo se reúnen para celebrar el cumpleaños de Atiyah, *The Herald* (20 de abril de 2009).

29 N Lord, Review: The Geometry and Physics of Knots, por Michael Atiyah, *The Mathematical Gazette* 75 (472) (1991), 261.

30 G Lusztig, Recuerdos sobre mi maestro, Michael Atiyah, Sir Michael Atiyah: un gran matemático del siglo XX, *Asian J. Math.* 3 (1) (1999), Iv-lvi.

31 Los expertos en matemáticas se reúnen para resumir los logros de Sir Michael, 80, *Edinburgh Evening News* (22 de abril de 2009).

32 J Meek, soy un poco alucinante, *The Guardian* (miércoles 21 de abril de 2004).

33 R Minio, una entrevista con Michael Atiyah (checo), *Pokroky Mat. Fyz. Astronom* 31 (3) (1986), 154-168.

34 R Minio, una entrevista con Michael Atiyah (esloveno), *Obzornik Mat. Fiz.* 31 (5-6) (1984), 129-142.

35 R Minio, Una entrevista con Michael Atiyah, *Matemáticas. Intelligencer* 6 (1) (1984), 9-19.

36 M Raussen y C Skau, Entrevista con Michael Atiyah e Isadore Singer, *Avisos Amer. Mates. Soc.* 52(2) (2005), 225-233.

37 J Stasheff, Revisión: la geometría y la física de nudos, por Michael Atiyah, *American Scientist* 79(6) (1991), 568.

38 M Wade, Beauty the clue en busca de la verdad matemática, *The Times* (22 de abril de 2009).

39 E Witten, Michael Atiyah y la interfaz física / geometría, Sir Michael Atiyah: un gran matemático del siglo XX, *Asian J. Math.* 3 (1) (1999), lxi-lxiv.  
40 S Xambó i Descamps, Sir Michael Atiyah: vida y obra (catalán), *Butl. Soc. Catalana Mat.* 24 (2) (2009), 137-208; 210.  
41 S Xambó, *Laudatio* del profesor Sir Michael F Atiyah con motivo de su doctorado honorario por la Universidad Técnica de Cataluña (25 de abril de 2008).

Basado en el artículo de JJ O'Connor y EF Robertson  
<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Atiyah.html>  
casanchi.com

## Reseñas de los libros de Michael Atiyah

Damos a continuación extractos de algunas reseñas de algunos de los libros de Michael Atiyah. Los listamos por orden de publicación de la primera edición.

### 1. K-theory (1967), de Michael Atiyah.

#### 1.1. De la Introducción.

Estas notas se basan en el curso de las conferencias que di en Harvard en el otoño de 1964. Constituyen un relato autocontenido de paquetes de vectores y teoría  $K$ , asumiendo solo los rudimentos de la topología de conjuntos de puntos y el álgebra lineal. Una de las características del tratamiento es que no se hace uso de la homología ordinaria o la teoría de la cohomología. De hecho, la cohomología racional se define en términos de la teoría  $K$ . La teoría es llevada hasta la solución del problema invariante de Hopf y se hace un comienzo en  $J$ -homomorfismo. Además de las notas de la conferencia, se han reproducido al final dos artículos míos publicados desde 1964. El primero, que trata las operaciones, es un complemento natural del material en el Capítulo III. Proporciona un enfoque alternativo a las operaciones que es menos hábil pero más fundamental que el método Grothendieck del Capítulo III y se relaciona con las operaciones y la filtración. En realidad, las conferencias tratan de espacios compactos, no de complejos celulares, por lo que la filtración del esqueleto no figura en las notas. El segundo documento proporciona un nuevo enfoque a la teoría  $K$  real y, por lo tanto, llena un vacío obvio en las notas de clase.

#### 1.2. Reseña por: Friedrich Hirzebruch.

*American Scientist* 57 (2) (1969), 153A-154A.

Basado en el curso de Harvard de Atiyah de 1964, esta es la primera explicación bastante completa de la teoría  $K$ ... Partiendo de álgebra lineal y topología, la teoría  $K$  ha tenido las aplicaciones más importantes en el análisis lineal. Es la herramienta adecuada para manejar operadores elípticos en variedades (Atiyah, Bott, Singer). Este desarrollo ya está presente en el libro en revisión.

### 2. Introducción al álgebra conmutativa (1969), por Michael Atiyah e Ian Grant Macdonald.

#### 2.1. De la Introducción.

Este libro surgió de un curso de conferencias impartidas a estudiantes de tercer año en la Universidad de Oxford y tiene el objetivo modesto de proporcionar una introducción rápida al tema. Está diseñado para ser leído por estudiantes que han tenido un primer curso elemental en álgebra general. Por otro lado, no pretende ser un sustituto de los tratados más voluminosos en el álgebra conmutativa, como los de Zariski-Samuel o Bourbaki. Nos hemos concentrado en ciertos temas centrales, y no se tocan grandes áreas, como la teoría de campos. En contenido cubrimos bastante más terreno que la *teoría Ideal* de Northcott (1953) y nuestro tratamiento es sustancialmente diferente, ya que, siguiendo la tendencia moderna, ponemos más énfasis en los módulos y la localización. ... El origen de la nota de lectura de este libro explica el estilo más bien conciso, con poco relleno general y la cuenta condensada de muchas pruebas. Hemos resistido la tentación de expandirla con la esperanza de que la brevedad de nuestra presentación aclare la estructura matemática de lo que ahora es una teoría elegante y atractiva. Nuestra filosofía ha sido desarrollar los teoremas principales en una sucesión de pasos simples y omitir las verificaciones de rutina. Los autores han utilizado los métodos del álgebra homológica, pero no profundizan en el tema. ... Cualquiera que escriba ahora sobre álgebra conmutativa se enfrenta a un dilema en relación con el álgebra homológica, que juega un papel tan importante en los desarrollos modernos. Un tratamiento adecuado del álgebra homológica es imposible dentro de los límites de un libro pequeño: por otro lado, es difícil ignorarlo por completo. El compromiso que hemos adoptado es utilizar métodos homológicos elementales (secuencias exactas, diagramas, etc.), pero no llegar a ningún resultado que requiera un estudio profundo de la homología.

#### 2.2. Revisión por: Donald John Lewis y Bernard Robert McDonald.

*Amer. Mates. Mensual* 77 (7) (1970), 783-784.

Esta es una breve introducción de 126 páginas a la teoría del anillo conmutativo. Se supone que el estudiante ha tenido un primer curso muy sólido (nivel de posgrado en América del Norte, parte II en Inglaterra) en álgebra general. Se suponen pocos resultados específicos, pero se asume la madurez y la sofisticación que se derivan de dicho curso. El material es aproximadamente lo que uno podría cubrir en un breve curso sobre teoría ideal en anillos conmutativos. Sin embargo, aquí el énfasis está más en los módulos y la localización que en la teoría del ideal clásico. ... La principal motivación de los autores es la preparación del estudiante para un estudio sistemático del álgebra homológica, el primer paso para el

estudio serio de la geometría algebraica moderna y la teoría de campo de clase. ... Aquí, se introducen ciertos métodos homológicos elementales, pero las partes más pesadas de la maquinaria se dejan para cursos posteriores. El texto está muy escrito, los ejemplos son un poco escasos y las pruebas están condensadas. Este revisor duda que muchos estudiantes puedan leerlo de manera rentable sin ayuda. Cada capítulo tiene una introducción motivacional que es excelente para los iniciados, pero puede ser oscura para otros. El punto culminante del texto es el excelente conjunto de problemas que constituyen un tercio del texto.

### **2.3. Revisión por: Johnny Albert Johnson.**

*Revisión matemáticas*, MR0242802 (39 # 4129).

La intención de este libro es proporcionar una introducción bastante rápida a la teoría del álgebra conmutativa. ... El estilo general del libro es conciso y al punto. ... Los autores han utilizado los métodos del álgebra homológica, pero no profundizan en el tema. ... Se ha proporcionado un número sustancial de ejercicios al final de cada capítulo. Algunos de ellos son simples y otros bastante difíciles. Se proporcionan algunos consejos y algunas soluciones completas para los problemas más difíciles.

### **3. Campos vectoriales en variedades (1970), por Michael Atiyah .**

Este libro solo consta de 23 páginas. Es una contribución al estudio topológico de campos vectoriales en variedades. En particular, se ocupa de los problemas de existencia de  $r$  campos vectoriales linealmente independientes.

### **4. Operadores elípticos y grupos compactos (1974), de Michael Atiyah .**

#### **4.1. Contenido.**

Clase 1: Operadores elípticos transversales.- En esta conferencia revisamos las propiedades básicas de los operadores pseudo-diferenciales e introducimos la subclase de operadores elípticos transversales.

Clase 2: El índice de operadores elípticos transversales.

Clase 3: La escisión y propiedades multiplicativas. - En esta conferencia probamos que un operador en  $X$ , transversalmente elíptico en relación con un libre  $G$ -action, se puede reducir a un operador elíptico en el colector de órbita  $X/G$ . Luego pasamos a las propiedades multiplicativas del índice y el teorema de escisión ...

Clase 4: La naturalidad del índice y el teorema de localización. - Demostramos, en esta conferencia, que el índice es natural con respecto a las incrustaciones equivalentes y la ampliación del grupo. Luego mostramos que el problema de calcular el índice de cualquier operador elíptico transversal puede reducirse al cálculo del índice para un operador en el espacio euclidiano transversal elíptico en relación con una acción total.

Clase 5: El índice de homomorfismo para  $G = S^1$ .

Clase 6: Los operadores  $\Delta^\pm$  para  $G = S^1$ .

Lección 7: Acciones torales con grupos de isotropía finitos.

Conferencia 8: El índice de homomorfismo para  $G = T^n$ .

Lección 9: La fórmula de cohomología.

Lección 10: Aplicaciones.

#### **4.2. Revisión por: Robert Evert Stong.**

*Revisión matemáticas*, MR0482866 (58 # 2910).

Este volumen consta de apuntes que describen una extensión de la teoría del índice de operadores elípticos. Dado un grupo de Lie compacto  $G$  actúa sobre una variedad compacta  $X$  y un operador de pseudodiferencial  $P$  en  $X$  que es  $G$ -invariant y elíptica en las direcciones transversales a las órbitas de  $G$ , se puede asociar a  $P$  un índice que es una distribución en  $G$ .

### **5. Geometría en los campos Yang-Mills (1979), por Michael Atiyah .**

#### **5.1. Del prefacio.**

Estas notas de conferencias son una versión ampliada de las conferencias Fermi que di en la Scuola Normale in Pisa en junio de 1978. También cubren el material presentado en la primavera de 1978 en las conferencias Loeb en Harvard y las conferencias Whittemore en Yale. En todos los casos, me dirigía a una audiencia mixta de matemáticos y físicos, y la presentación debía adaptarse en consecuencia. Al redactar las conferencias, he intentado, en la medida de lo posible, tener en cuenta a esta audiencia dual, y los primeros capítulos en particular intentan cerrar la brecha entre los dos puntos de vista. En los capítulos posteriores, donde el material se vuelve más técnico, existe el peligro de caer entre dos taburetes. Por un lado, la jerga matemática puede ser ininteligible para el físico, mientras que la presentación puede, por estándares matemáticos, carecer de rigor. Este es un riesgo que he tomado deliberadamente. El matemático iniciado debe poder completar la mayoría de los vacíos por sí mismo o al referirse a otros artículos publicados. Los físicos que han sobrevivido a los primeros capítulos pueden obtener algún beneficio al ser expuestos a nuevas técnicas matemáticas, aplicadas a problemas con los que están familiarizados. Con este objetivo en mente, he presentado todo el material matemático en un orden poco ortodoxo, siguiendo un patrón que sentí que relacionaría las nuevas técnicas con un terreno familiar para los físicos. Los principales nuevos resultados presentados en las conferencias, a saber, la construcción de todas las soluciones multi-instantáneas de los campos de Yang-Mills, es la culminación de varios años de interacción fructífera entre muchos físicos y matemáticos. El matemático iniciado debe poder completar la mayoría de los vacíos por sí mismo o al referirse a otros artículos publicados. Los físicos que han sobrevivido a los primeros capítulos pueden obtener algún beneficio al ser expuestos a nuevas técnicas matemáticas, aplicadas a problemas con los que están familiarizados. Con este objetivo en mente, he presentado todo el material matemático en un orden poco ortodoxo, siguiendo un patrón que sentí que relacionaría las nuevas técnicas con un terreno familiar para los físicos. Los principales

nuevos resultados presentados en las conferencias, a saber, la construcción de todas las soluciones multi-instantáneas de los campos de Yang-Mills, es la culminación de varios años de interacción fructífera entre muchos físicos y matemáticos. El matemático iniciado debe poder completar la mayoría de los vacíos por sí mismo o al referirse a otros artículos publicados. Los físicos que han sobrevivido a los primeros capítulos pueden obtener algún beneficio al ser expuestos a nuevas técnicas matemáticas, aplicadas a problemas con los que están familiarizados. Con este objetivo en mente, he presentado todo el material matemático en un orden poco ortodoxo, siguiendo un patrón que sentí que relacionaría las nuevas técnicas con un terreno familiar para los físicos. Los principales nuevos resultados presentados en las conferencias, a saber, la construcción de todas las soluciones multi-instantáneas de los campos de Yang-Mills, es la culminación de varios años de interacción fructífera entre muchos físicos y matemáticos. Los físicos que han sobrevivido a los primeros capítulos pueden obtener algún beneficio al ser expuestos a nuevas técnicas matemáticas, aplicadas a problemas con los que están familiarizados. Con este objetivo en mente, he presentado todo el material matemático en un orden poco ortodoxo, siguiendo un patrón que sentí que relacionaría las nuevas técnicas con un terreno familiar para los físicos. Los principales nuevos resultados presentados en las conferencias, a saber, la construcción de todas las soluciones multi-instantáneas de los campos de Yang-Mills, es la culminación de varios años de interacción fructífera entre muchos físicos y matemáticos. Los físicos que han sobrevivido a los primeros capítulos pueden obtener algún beneficio al ser expuestos a nuevas técnicas matemáticas, aplicadas a problemas con los que están familiarizados. Con este objetivo en mente, he presentado todo el material matemático en un orden poco ortodoxo, siguiendo un patrón que sentí que relacionaría las nuevas técnicas con un terreno familiar para los físicos. Los principales nuevos resultados presentados en las conferencias, a saber, la construcción de todas las soluciones multi-instantáneas de los campos de Yang-Mills, es la culminación de varios años de interacción fructífera entre muchos físicos y matemáticos. Siguiendo un patrón que sentí relacionaría las nuevas técnicas con un terreno familiar para los físicos. Los principales nuevos resultados presentados en las conferencias, a saber, la construcción de todas las soluciones multi-instantáneas de los campos de Yang-Mills, es la culminación de varios años de interacción fructífera entre muchos físicos y matemáticos. Siguiendo un patrón que sentí relacionaría las nuevas técnicas con un terreno familiar para los físicos. Los principales nuevos resultados presentados en las conferencias, a saber, la construcción de todas las soluciones multi-instantáneas de los campos de Yang-Mills, es la culminación de varios años de interacción fructífera entre muchos físicos y matemáticos.

## **6. La geometría y dinámica de los monopolos magnéticos (1988), de Michael Atiyah y Nigel J Hitchin.**

### **6.1. De la Introducción.**

El propósito de este libro es aplicar métodos geométricos para investigar soluciones del sistema no lineal de ecuaciones hiperbólicas que describen la evolución temporal de los monopolos magnéticos no abelianos. El problema que estudiamos es, en varios aspectos, un modelo algo simplificado, pero conserva las características suficientes para ser físicamente interesante. Proporciona información sobre la dispersión de baja energía de los monopolos y muestra algunos fenómenos nuevos e importantes. Desde un punto de vista matemático, nuestra investigación debe considerarse como una contribución al área de la teoría del "solitón". En general, un solitón es una solución de alguna ecuación diferencial no lineal que se comporta en ciertos aspectos como una partícula: debería estar localizada aproximadamente en el espacio y debería "conservarse" en las colisiones.

### **6.2. De la editorial.**

Los sistemas regidos por ecuaciones diferenciales no lineales son de importancia fundamental en todas las ramas de la ciencia, pero nuestra comprensión de ellos es todavía extremadamente limitada. En este libro se investiga en detalle un sistema particular que describe la interacción de monopolos magnéticos. El uso de nuevos métodos geométricos produce una imagen razonablemente clara de la dinámica de los monopolos que se mueven lentamente. Esta imagen aclara la importante noción de solitones, que ha atraído mucha atención en los últimos años. La idea de solitón cierra la brecha entre los conceptos de "campos" y "partículas", y aquí se explora en un contexto completamente tridimensional. Mientras que los antecedentes y la motivación para el trabajo provienen de la física, la presentación es matemática. Este libro es interdisciplinario y aborda las inquietudes de los físicos teóricos interesados en partículas elementales o relatividad general y matemáticos que trabajan en análisis o geometría. La interacción entre la geometría y la física a través de ecuaciones diferenciales parciales no lineales se encuentra ahora en una etapa muy emocionante, y el libro es una contribución a esta actividad.

### **6.3. Reseña por: Jacques Hurtubise.**

*American Scientist* 77 (3) (1989), 296-297.

Las ecuaciones diferenciales no lineales gobiernan gran parte del mundo en el que vivimos, y muchos de los fenómenos más intrigantes que surgen se deben, de manera esencial, a esta no linealidad. Los solitones, que son soluciones parecidas a partículas para algunas de estas ecuaciones, son un ejemplo bien estudiado. Este hermoso libro está dedicado al estudio de otro ejemplo, el de la evolución temporal de los monopolos magnéticos. Comparten ciertas características de los solitones: por un lado, los monopolos también exhiben un comportamiento similar a las partículas. Por otro lado, los monopolos evolucionan en el espacio tridimensional, como se opone al espacio unidimensional de los solitones, y su interacción es correspondientemente más compleja.

### **6.4. Reseña por: Claude LeBrun.**

*American Scientist* 78 (1) (1990), 70-71.

Las ecuaciones de Yang-Mills-Higgs son la piedra angular de la teoría física moderna de las fuerzas fundamentales no gravitacionales. Este libro reúne una serie de técnicas matemáticas inteligentes de

geometría diferencial, análisis complejo, geometría algebraica y mecánica para analizar estas ecuaciones, sujeto a las siguientes aproximaciones: la autointeracción de Higgs se descuida y se supone que la solución varía lentamente en el tiempo. ... El libro tiene un sabor maravillosamente interdisciplinario, que rastrea el problema desde sus motivaciones físicas, a través de numerosas áreas hermosas de las matemáticas actuales, y hasta los detalles de la solución, descritos tanto cualitativamente como en términos de fórmulas precisas. Se las arregla para ser simultáneamente una exposición habladora y una monografía de investigación.

## **7. La geometría y la física de los nudos (1990), de Michael Atiyah.**

### **7.1. De la Introducción.**

En los últimos años ha habido un notable renacimiento en la interacción entre la geometría y la física. Después de un largo período de barbecho en el que los matemáticos y los físicos siguieron caminos aparentemente independientes, sus intereses ahora han convergido de una manera sorprendente. Sin embargo, parece que se estaban investigando problemas paralelos en el pasado, pero faltaba un lenguaje y un marco comunes. Esto ahora se ha rectificado con la teoría de la medida (alias, la teoría de las conexiones) que proporciona una base común. En periodos anteriores, la geometría y la física interactuaban a nivel clásico, como en la teoría de la relatividad general de Einstein, y la fuerza gravitatoria se interpretaba en términos de curvatura. La nueva característica de la interacción actual es que la teoría cuántica ahora está involucrada y resulta tener relaciones significativas con la topología. Por lo tanto, la geometría está involucrada de manera global y no puramente local. Una característica algo sorprendente de los nuevos desarrollos es que la teoría cuántica de campos parece vincularse con las propiedades profundas de la geometría de baja dimensión ...

### **7.2. De la editorial.**

Estas notas surgen de conferencias presentadas en Florencia bajo los auspicios de la Accademia dei Lincei y tratan sobre un área que se encuentra en la encrucijada de las matemáticas y la física. El material presentado aquí se basa principalmente en el trabajo pionero de Vaughan Jones y Edward Witten, que relaciona los invariantes polinomiales de nudos con una teoría del campo cuántico topológico en  $2 + 1$  dimensiones. El profesor Atiyah presenta aquí una introducción a las ideas de Witten desde el punto de vista matemático. El libro será una lectura esencial para todos los geometristas y medidores teóricos como una exposición de ideas nuevas e interesantes en un área en rápido desarrollo.

### **7.3. Revisión por: Jim Stasheff.**

*American Scientist* **79** (6) (1991), 568.

Un volumen delgado de este tamaño suele asociarse con una obra de poesía. De hecho, la comparación es adecuada, dada la naturaleza finamente elaborada de la exposición de Sir Michael Atiyah. En ocho capítulos rápidos, Atiyah presenta un panorama de algunos de los desarrollos más emocionantes de la física matemática contemporánea (o matemáticas físicas). El tema de estas notas de la conferencia (ampliado de las conferencias que Atiyah dio para la Academia dei Lincei en 1988) es mucho más de lo que se indica en el título; Los nudos juegan un papel pequeño pero significativo. Las conferencias intentan con éxito introducir al lector en un campo que está en su infancia, pero está creciendo a un ritmo sorprendente. Por lo tanto, el material no puede considerarse definitivo, sino que está lleno de ideas que están experimentando una evolución dinámica.

### **7.4. Revisión por: Nick Lord.**

*The Mathematical Gazette* **75** (472) (1991), 261.

Cabe destacar todo lo publicado por Sir Michael Atiyah, el matemático más eminente de este país (y ex presidente de la Asociación Matemática). Este delgado volumen, que surge de las conferencias impartidas en la Universidad de Florencia en 1988, proporciona una entrada a un área nueva y de rápido desarrollo que se encuentra en la encrucijada de las matemáticas y la física. Sir Michael, que enfatiza las ideas motivacionales en lugar de tecnicismos y un estilo formal a prueba de teoremas, presenta una introducción (desde el punto de vista del matemático) al emocionante trabajo reciente de Ed Witten que relaciona la teoría del campo cuántico topológico con las nuevas invariantes polinomiales de nudos descubiertos por Vaughan Jones a principios de los ochenta. Como siempre.

## **8. Los misterios del espacio (1992), de Michael Atiyah.**

Esto no es un libro sino una cinta de video. Es la conferencia de Sir Michael Atiyah, Josiah Willard Gibbs, que tuvo lugar en enero de 1991 en San Francisco, California, Estados Unidos. Fue producido como una cinta de video de 60 minutos por la American Mathematical Society.

### **8.1. De la editorial.**

Desde los primeros tiempos, la geometría del espacio ha estado íntimamente involucrada con la física. A medida que la ciencia ha evolucionado y nuestra comprensión se ha profundizado, las relaciones entre la geometría y la física se han vuelto más sutiles y complejas. En el momento de esta conferencia, las ideas fundamentalmente nuevas de ambas áreas estaban alterando dramáticamente las concepciones sobre la naturaleza del universo. En esta presentación, Sir Michael Atiyah, uno de los matemáticos más destacados del siglo 20, analiza algunas de las conexiones profundas que se han descubierto entre las matemáticas y la física cuántica. Comenzando con los puntos de vista de Euclid y Newton, Atiyah continúa con las ideas que surgen del trabajo de Jones en los nudos en el espacio de 3 espacios y el trabajo de Donaldson en los 4-múltiples. Al describir cómo Witten ha puesto estos desarrollos en contacto con la teoría cuántica de campos, Atiyah muestra cómo la teoría cuántica de campos es en sí misma un esfuerzo por comprender la estructura de un vacío. Atiyah, una profesora ingeniosa, atractiva y clara, hace que este tema fascinante sea accesible a las audiencias con una formación científica general.

### **8.2. Revisión por: Bernd Wegner.**

Zentralblatt MATH (Zbl 00424114).

Esta cinta de video ofrece una buena oportunidad para disfrutar del vívido estilo de lectura de Sir Michael Atiyah. En ocasión de la Conferencia de Gibbs de 1991, proporciona una encuesta sobre las relaciones entre la geometría y la física. Comenzando con los puntos de vista de Euclid y Newton, la conferencia culmina en las aplicaciones de la topología a la física cuántica, surgiendo del trabajo de Jones sobre los nudos en el espacio 3 y el trabajo de Donaldson en 4 variedades.

### **9. Siamo tutti Matematici (2007), de Michael Atiyah.**

El título significa "Todos somos matemáticos"

#### **9.1. De la editorial.**

Michael Atiyah nos habla sobre el arte del matemático, los mecanismos del cerebro que regulan nuestro razonamiento matemático y la importancia de esta ciencia para otras disciplinas, sin olvidar nunca su belleza intrínseca.

### **10. Conferencias de Edimburgo sobre Geometría, Análisis y Física (2010), por Michael Atiyah.**

#### **10.1. Del prefacio.**

Estas notas de la conferencia se basan en un conjunto de seis conferencias que di en Edimburgo en 2008/2009 y cubren algunos temas en la interfaz entre Geometría y Física. Implican algunos problemas y conjeturas sin resolver y espero que puedan estimular a los lectores a investigarlos.

### **Los estudiantes de Michael Atiyah**

Listamos a continuación el Ph D de Michael Atiyah Alumnos (al menos los que conocemos). A cada uno les hemos dado el título y la fecha de su tesis y, para aquellos que sabemos que han pasado a una carrera académica, damos una universidad en la que han enseñado

**Nombre:** Ian R Porteous.

**Título de la tesis:** *Geometría algebraica.*

**Doctorado por:** Universidad de Cambridge.

**Tipo y fecha del doctorado:** Ph.D., 1961.

**Conferencista en:** University of Liverpool, Inglaterra.

**Nombre:** Brian Joseph Sanderson.

**Título de la tesis:** *Inmersiones e incrustaciones de variedades.*

**Doctorado por:** Universidad de Liverpool.

**Tipo y fecha del doctorado:** Ph.D., 1963.

**Profesor en:** University of Warwick, Inglaterra.

**Nombre:** David Orme Tall.

**Título de la tesis:** *La topología de las representaciones grupales.*

**Doctorado por:** Universidad de Oxford.

**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1966.

**Conferencista en:** University of Warwick, Inglaterra.

**Nombre:** Peter Edward Newstead.

**Doctorado por:** Universidad de Cambridge.

**Tipo y fecha del doctorado:** Ph.D., 1966.

**Conferencista en:** University of Liverpool, Inglaterra.

**Nombre:** Graeme Bryce Segal.

**Título de la tesis:** *K teoría equivariante.*

**Doctorado por:** Universidad de Oxford.

**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1967.

**Conferencista en:** Universidad de Oxford, Inglaterra.

**Nombre:** K David Elworthy.

**Título de la tesis:** *Algunos problemas de la topología algebraica (mapas de Fredholm y estructuras  $GL_c(E)$ ).*

**Doctorado por:** Universidad de Oxford.

**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1967.

**Conferencista en:** University of Warwick, Inglaterra.

**Nombre:** Peter Windseyer Donovan.  
**Título de la tesis:** *Fórmulas de punto fijo en geometría algebraica.*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1968.  
**Dio clases en:** University of New South Wales, Australia.

**Nombre:** Jack Johnson Morava.  
**Título de la tesis:** *Topología algebraica de los mapas de Fredholm.*  
**Doctorado por:** Rice University.  
**Tipo y fecha del doctorado:** Ph.D., 1968.  
**Conferencista en:** The Johns Hopkins University, EE. UU.

**Nombre:** George Lusztig.  
**Título de la tesis:** *Firma superior de Novikov y familias de operadores elípticos.*  
**Doctorado por:** Universidad de Princeton.  
**Tipo y fecha del doctorado:** Ph.D., 1971.  
**Conferencista en:** Massachusetts Institute of Technology, EE. UU.

**Nombre:** Nigel James Hitchin.  
**Título de la tesis:** *Múltiples diferenciables: El espacio de los espinores armónicos.*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1972.  
**Conferencista en:** Universidad de Oxford, Inglaterra.

**Nombre:** Howard D. Fegan.  
**Título de la tesis:** *La ecuación del calor y los grupos de mentiras.*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1977.  
**Conferencista en:** University of New Mexico, USA.

**Nombre:** Eric Julius Grunwald.  
**Título de la tesis:** *Análisis sobre variedades.*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha de doctorado:** D.Phil., 1977.

**Nombre:** Graham White.  
**Título de la tesis:** *La aritmética de las variedades Prym.*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1982.  
**Dio clases en:** Queen Mary, University of London, Inglaterra.

**Nombre:** Simon Kirwan Donaldson.  
**Título de la tesis:** *Las ecuaciones de Yang-Mills en las variedades de Kähler.*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1983.  
**Dictado en:** University of Oxford, England.

**Nombre:** Michael Kevin Murray.  
**Título de la tesis:** *Monopoles magnéticos no abelianos.*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1983.  
**Dictado en:** University of Adelaide, Australia.

**Nombre:** Frances Clare Kirwan.  
**Título de la tesis:** *La cohomología de los cocientes en geometría simpléctica y algebraica.*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1984.  
**Dio clases en:** University of Oxford, Inglaterra.

**Nombre:** John Roe.  
**Título de la tesis:** *Análisis sobre variedades.*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1985.  
**Dio clases en:** The Pennsylvania State University, USA.

**Nombre:** Peter Benedict Kronheimer.  
**Título de la tesis:** *Ale. Instantes gravitacionales.*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1986. Con una conferencia en la Universidad de Harvard, EE. UU.

**Nombre:** Peter J Braam.  
**Título de la tesis:** *Monopoles magnéticos en 3-colectores.*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1987.  
**Conferencista en:** Universidad de Oxford, Inglaterra.

**Nombre:** Ruth Elke Lawrence.  
**Título de la tesis:** *Representaciones homológicas de grupos trenzados.*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1989.  
**Conferencista en:** Hebrew University of Jerusalem, Israel.

**Nombre:** Lisa Claire Jeffrey.  
**Título de la tesis:** *Sobre algunos aspectos de la teoría de gauge de Chern-Simons (teoría de gauge, integral de trayectoria).*  
**Doctorado por:** Universidad de Oxford.  
**Tipo y fecha del doctorado:** D.Phil., 1991.  
**Conferencista en:** University of Toronto, Canadá.

### **Extractos de los artículos populares de Michael Atiyah**

A continuación, enumeramos ocho artículos escritos por Michael Atiyah y damos un breve resumen de cada uno de ellos. Alentamos al lector a consultar estos artículos muy interesantes y leer los textos completos. Enumeramos los artículos en orden cronológico

#### **1. ¿Qué es la geometría? El discurso presidencial de 1982, *The Mathematical Gazette* 66(437) (1982), 179-184.**

De todos los cambios que han tenido lugar en el currículo matemático, tanto en las escuelas como en las universidades, nada es más sorprendente que la disminución del papel central de la geometría. La geometría euclidiana, junto con el sujeto aliado de la geometría proyectiva, ha sido destronada y en algunos lugares casi desapareció de la escena. Si bien la reforma educativa era ciertamente necesaria, siempre existe el peligro de que el péndulo oscile demasiado hacia el otro lado y que se preste poca atención a la geometría en sus diversas formas. Gran parte de la dificultad se centra aquí en la naturaleza esquiva del tema: ¿qué es la geometría? ... En términos generales, quiero sugerir que la geometría es la parte de las matemáticas en la que el pensamiento visual es dominante, mientras que el álgebra es la parte en la que el pensamiento secuencial es dominante. Esta dicotomía quizás se transmita mejor con las palabras "insight" versus "rigor" y ambas juegan un papel esencial en problemas matemáticos reales. Las implicaciones educativas de esto son claras. Debemos apuntar a cultivar y desarrollar ambos modos de pensamiento. Es un error poner demasiado énfasis en uno a costa del otro y sospecho que la geometría ha estado sufriendo en los últimos años. El equilibrio exacto es naturalmente un tema para un debate detallado y debe depender del nivel y la capacidad de los estudiantes involucrados. El punto principal que he tratado de transmitir es que la geometría no es tanto una rama de las matemáticas como una forma de pensar que impregna todas las ramas. Debemos apuntar a cultivar y desarrollar ambos modos de pensamiento. Es un error poner demasiado énfasis en uno a costa del otro y sospecho que la geometría ha estado sufriendo en los últimos años. El equilibrio exacto es naturalmente un tema para un debate detallado y debe depender del nivel y la capacidad de los estudiantes involucrados. El punto principal que he tratado de transmitir es que la geometría no es



tanto una rama de las matemáticas como una forma de pensar que impregna todas las ramas. Debemos apuntar a cultivar y desarrollar ambos modos de pensamiento. Es un error poner demasiado énfasis en uno a costa del otro y sospecho que la geometría ha estado sufriendo en los últimos años. El equilibrio exacto es naturalmente un tema para un debate detallado y debe depender del nivel y la capacidad de los estudiantes involucrados. El punto principal que he tratado de transmitir es que la geometría no es tanto una rama de las matemáticas como una forma de pensar que impregna todas las ramas.

**2. Discurso del presidente, Sir Michael Atiyah, pronunciado en la reunión de aniversario del 29 de noviembre de 1991, *Notes and Records Roy. Soc. Londres* 46 (1) (1992), 155-169.**

Como matemático, soy consciente de mi posición un tanto singular como presidente de la Royal Society. Algunos de mis ilustres predecesores fueron matemáticos, pero la práctica pareció desaparecer hace unos 100 años con Sir George Stokes. Hoy tomo mi presencia aquí como una reafirmación del papel básico que juegan las matemáticas en las ciencias, aunque este papel cambia constantemente. Además de su relación tradicional e íntima con todas las ciencias físicas, el lado A en nuestra jerga, está encontrando cada vez más aplicación en el lado B. El reciente premio del prestigioso Premio Balzan a John Maynard Smith nos recuerda que los modelos matemáticos nos han enseñado algo sobre el proceso de selección natural. La propagación de las epidemias se presta al análisis matemático sofisticado. Los problemas de la visión y la interpretación visual involucran varias áreas de la ciencia, pero ciertamente hay un componente matemático importante. En todos estos campos, las viejas ideas matemáticas están encontrando nuevas aplicaciones y se están creando nuevas ramas de las matemáticas para atacar nuevos problemas científicos. Todos sabemos que las barreras tradicionales entre las disciplinas científicas se han estado derrumbando rápidamente, y esta tendencia tiende a enfatizar el papel unificador de las matemáticas. ¡Quizás uno de estos días la Sociedad Real incluso abolirá su división en un lado A y un lado B! Pero las matemáticas no están restringidas a las ciencias naturales. Juega un papel cada vez más importante en las ciencias sociales, particularmente en economía. La generación más joven de economistas tiende a ser hábil en matemáticas, y un joven matemático que cubre un Premio Nobel podría hacerlo peor que pasar al campo de la economía. En una dirección diferente, las matemáticas tienen un vínculo tradicional con la lógica y la filosofía, un vínculo que ha adquirido mayor importancia a través del crecimiento de la informática.

**3. Matemáticas: reina y criada de las ciencias, *proc. Amer. Filosofía Soc.* 137 (4) (1993), 527-531.**

Así como el pensamiento primitivo (por ejemplo, en los animales) no es verbal, la ciencia primitiva (por ejemplo, asociar calor y luz) no es matemática. Además, la mente ha producido varios tipos de lenguaje en los que expresarse, siendo la música un ejemplo. En la actualidad, las matemáticas son, por su profundidad y alcance, el lenguaje preeminente de la ciencia, pero queda por ver si se necesitarán otros tipos de lenguaje. Si aceptamos esta analogía, entonces podemos comenzar a comprender cómo las matemáticas tienen un lado creativo / estético, como la poesía, donde se está estirando la imaginación, y un lado más utilitario, como lo usan los ingenieros en los cálculos de rutina. También las matemáticas tienen su propio análisis interno, como la lingüística y la filología. Finalmente, las matemáticas se amplían constantemente mediante la adición de nuevos conceptos en respuesta a las crecientes necesidades de la ciencia. Esto puede compararse con el crecimiento y desarrollo del lenguaje, teniendo que lidiar con las necesidades de la sociedad moderna sofisticada. Al igual que con el lenguaje, donde el pensamiento y la palabra interactúan entre sí, la ciencia y las matemáticas interactúan entre sí. Es difícil separar los contenidos y el marco: cada uno influye en el otro en una simbiosis compleja. Es por esta razón que no tengo ninguna dificultad en describir las matemáticas como el lenguaje de la ciencia. Algunos de mis colegas podrían sentir que esto le da a las matemáticas un estado demasiado humilde, el de "sirviente", y preferirían la posición más elevada de la "reina" de la que emana toda autoridad y belleza. Pero si reflexionamos sobre el poder de las palabras y el papel que desempeñan en la organización, el refinamiento y la transmisión de ideas, vemos que el papel es honorable.

**4. Discurso del Presidente, Sir Michael Atiyah, OM, pronunciado en la reunión de aniversario del 30 de noviembre de 1994, *Notes and Records Roy. Soc. Londres* 49 (1) (1995), 141-151.**

Al pensar en las matemáticas como el lenguaje de la ciencia, tal vez sea útil reflexionar sobre sus características principales. ¿Cómo y por qué funciona? En primer lugar, las matemáticas se desarrollan mediante un proceso de abstracción. En cada modelo científico, uno simplifica, ignorando lo que uno espera que sean factores irrelevantes o menores, para concentrarse en las características principales. Las matemáticas llevan el proceso a su conclusión final: la identidad de los jugadores se ignora, solo se estudian sus relaciones mutuas. Es esta abstracción la que hace de las matemáticas un lenguaje tan universal: no está ligada a ninguna interpretación en particular. Una onda (algo que oscila o vibra) es un buen ejemplo de un concepto tan abstracto y universal. La segunda característica de las matemáticas es que es completamente abierta. Es muy difícil definir o confinar las matemáticas. En algún momento uno podría haberlo definido como el estudio de las cantidades y su relación mutua, pero las matemáticas modernas abundan en ramas no cuantitativas como la topología o la teoría de grupos (el estudio abstracto de simetría). Una definición más amplia es que las matemáticas se ocupan de los patrones o el orden, y esto deja claro por qué es relevante para la ciencia. Pero el estudio del desorden y el caos, que lidia con el comportamiento aleatorio, es también una rama importante de las matemáticas. La verdad es que las matemáticas siguen desarrollándose en diferentes direcciones como resultado de las necesidades de las aplicaciones potenciales. Es probable que cada desarrollo científico requiera un nuevo marco teórico y, si las matemáticas clásicas aún no proporcionan el lenguaje correcto, se debe elaborar uno nuevo. Es probable que esto tenga vínculos suficientes con partes de las matemáticas existentes para que forme una extensión natural y sea absorbido a su debido tiempo en el

corpus matemático total. De hecho, las matemáticas progresan de dos maneras: ya sea ampliándose en respuesta a las necesidades externas o profundizándose a través del análisis interno. Finalmente y quizás lo más notable es la longevidad o la permanencia de las matemáticas. Las teorías matemáticas en principio persisten indefinidamente, aunque con frecuencia pueden ser absorbidas por otras más grandes. ... Con frecuencia, los resultados matemáticos encuentran aplicaciones inesperadas décadas o siglos más tarde, lo que demuestra claramente que la distinción entre investigación básica y aplicada en matemáticas puede ser efímera. De hecho, las matemáticas progresan de dos maneras: ya sea ampliándose en respuesta a las necesidades externas o profundizándose a través del análisis interno. Finalmente y quizás lo más notable es la longevidad o la permanencia de las matemáticas. Las teorías matemáticas en principio persisten indefinidamente, aunque con frecuencia pueden ser absorbidas por otras más grandes. ... Con frecuencia, los resultados matemáticos encuentran aplicaciones inesperadas décadas o siglos más tarde, lo que demuestra claramente que la distinción entre investigación básica y aplicada en matemáticas puede ser efímera. De hecho, las matemáticas progresan de dos maneras: ya sea ampliándose en respuesta a las necesidades externas o profundizándose a través del análisis interno. Finalmente y quizás lo más notable es la longevidad o la permanencia de las matemáticas. Las teorías matemáticas en principio persisten indefinidamente, aunque con frecuencia pueden ser absorbidas por otras más grandes. ... Con frecuencia, los resultados matemáticos encuentran aplicaciones inesperadas décadas o siglos más tarde, lo que demuestra claramente que la distinción entre investigación básica y aplicada en matemáticas puede ser efímera. aunque con frecuencia pueden ser absorbidos en los más grandes. ... Con frecuencia, los resultados matemáticos encuentran aplicaciones inesperadas décadas o siglos más tarde, lo que demuestra claramente que la distinción entre investigación básica y aplicada en matemáticas puede ser efímera. aunque con frecuencia pueden ser absorbidos en los más grandes. ... Con frecuencia, los resultados matemáticos encuentran aplicaciones inesperadas décadas o siglos más tarde, lo que demuestra claramente que la distinción entre investigación básica y aplicada en matemáticas puede ser efímera.

##### **5. Geometry and Physics, *The Mathematical Gazette* 80 (487) (1996), 78-82.**

[Voy a] discutir la interrelación de Geometría y Física. Hay dos muy buenas razones para hacer esto. Uno es histórico y surge de los estrechos vínculos entre los dos sujetos en su evolución temprana. Una segunda y más temática razón es que, durante las últimas dos décadas, ha habido una notable explosión de interacción de un tipo bastante inesperado entre la geometría y la física. ... Durante las últimas dos décadas, las ideas de la física cuántica han llevado directamente a nuevos descubrimientos matemáticos notables en una amplia gama de problemas en Geometría. Por lo general, las teorías físicas son "formales" en el sentido de que todavía no están en forma matemática rigurosa. Por lo tanto, los matemáticos tienen que producir pruebas basadas en ideas y técnicas alternativas. Sin embargo, sin la intuición física y los antecedentes, los resultados en cuestión probablemente no se habrían descubierto. La física también proporciona un marco conceptual unificador general, mientras que las matemáticas con frecuencia degeneran en técnicas poco informativas y variadas. Los beneficios inversos en los que los físicos se benefician de las matemáticas también están presentes, aunque son más difíciles de evaluar. En física, la prueba definitiva es si la teoría explica todos los datos experimentales y esa etapa aún no se ha alcanzado. Pero lo que sí es cierto es que se ha establecido un nuevo diálogo entre matemáticos y físicos, y las ideas fluyen constantemente en ambos sentidos. El futuro se ve emocionante. mientras que las matemáticas con frecuencia degeneran en técnicas no informativas y variadas. Los beneficios inversos en los que los físicos se benefician de las matemáticas también están presentes, aunque son más difíciles de evaluar. En física, la prueba definitiva es si la teoría explica todos los datos experimentales y esa etapa aún no se ha alcanzado. Pero lo que sí es cierto es que se ha establecido un nuevo diálogo entre matemáticos y físicos, y las ideas fluyen constantemente en ambos sentidos. El futuro se ve emocionante. mientras que las matemáticas con frecuencia degeneran en técnicas no informativas y variadas. Los beneficios inversos en los que los físicos se benefician de las matemáticas también están presentes, aunque son más difíciles de evaluar. En física, la prueba definitiva es si la teoría explica todos los datos experimentales y esa etapa aún no se ha alcanzado. Pero lo que sí es cierto es que se ha establecido un nuevo diálogo entre matemáticos y físicos, y las ideas fluyen constantemente en ambos sentidos. El futuro se ve emocionante. Pero lo que sí es cierto es que se ha establecido un nuevo diálogo entre matemáticos y físicos, y las ideas fluyen constantemente en ambos sentidos. El futuro se ve emocionante. Pero lo que sí es cierto es que se ha establecido un nuevo diálogo entre matemáticos y físicos, y las ideas fluyen constantemente en ambos sentidos. El futuro se ve emocionante.

##### **6. Science for Evil: The Scientist's Dilemma, *British Medical Journal* 319 (7207) (1999), 448-449.**

Usted es un científico. Usted ve que su ciencia está siendo puesta a los fines del mal, con el desastre que se avecina. ¿Qué haces? Este fue el dilema al que se enfrentaron los físicos nucleares en 1945 después de que la bomba atómica había explotado en Japón. La búsqueda para comprender la naturaleza última de la materia, impulsada por la curiosidad intelectual y llevada a cabo en un marco matemático abstracto, ha producido el arma definitiva de la guerra. Si el desarrollo y uso de estas primeras bombas atómicas se justificó moralmente hoy en día se discute profundamente, pero el problema que enfrentaron los científicos al final de la guerra fue cómo controlar al genio que había escapado de la botella. Habían producido un arma que amenazaba el futuro de la humanidad. Su responsabilidad colectiva (o culpa) era inequívoca, pero ¿qué deberían hacer? Esta fue la génesis de la organización Pugwash, un grupo informal de científicos que consideraron su responsabilidad prevenir la catástrofe de la guerra nuclear en el futuro. Desde el principio fueron internacionales, incluidos, de

manera crucial, científicos de ambos lados de la Cortina de Hierro; eran expertos, tanto en el ámbito científico como en el militar; y llevaron a cabo sus discusiones fuera del centro de atención. El objetivo era llevar el pensamiento académico tranquilo a los complejos asuntos científicos, militares y políticos involucrados. ... Al enfrentarnos al próximo siglo, en el que la ciencia pasará inevitablemente a nuevos descubrimientos y posibles aplicaciones, es esencial que la comunidad científica recupere la confianza del público. Esto solo puede venir de una política de apertura y humildad. Debemos decirle al público que la ciencia está llena de incertidumbres, que las incertidumbres son mayores en las fronteras del avance científico, y que las decisiones deben tomarse sobre la mejor evidencia disponible, no sobre una certeza mítica. Pero el público querrá involucrarse en estas decisiones, un proceso en el que los medios de comunicación y el establecimiento político deben desempeñar su papel.

### **7. Matemáticas en el siglo XX, *Amer. Mates. Mensual* 108 (7) (2001), 654-666.**

Si habla sobre el final de un siglo y el comienzo del siguiente, tiene dos opciones, ambas difíciles. Una es estudiar las matemáticas en los últimos cien años; El otro es predecir las matemáticas de los próximos cien años. He elegido la tarea más difícil. Todo el mundo puede predecir y no estaremos alrededor para averiguar si estábamos equivocados. Pero dar una impresión del pasado es algo con lo que todos pueden estar en desacuerdo. Todo lo que puedo hacer es darte una opinión personal. Es imposible abarcarlo todo y, en particular, omitiré partes importantes de la historia, en parte porque no soy un experto y en parte porque están cubiertas en otro lugar. No diré nada, por ejemplo, sobre los grandes eventos en el área entre la lógica y la computación asociados con los nombres de personas como Hilbert, Gödel y Turing. Tampoco diré mucho sobre las aplicaciones de las matemáticas, excepto en física fundamental, porque son muy numerosas y necesitan un tratamiento tan especial. Cada uno requeriría una conferencia a sí mismo. Además, no tiene sentido tratar de dar solo una lista de teoremas o incluso una lista de matemáticos famosos en los últimos cien años. Eso sería un ejercicio bastante aburrido. Así que, en lugar de eso, voy a intentar seleccionar algunos temas que creo que abarcan de forma general y subrayar lo que sucedió. Permítanme primero hacer un comentario general. Los siglos son números crudos. Realmente no creemos que después de cien años algo se detenga repentinamente y comience de nuevo. Entonces, cuando describa las matemáticas del siglo XX, voy a ser un poco cauto con respecto a las fechas. Si algo comenzó en la década de 1890 y se mudó a la década de 1900, ignoraré esos detalles. Me comportaré como un astrónomo y trabajaré en números bastante aproximados. De hecho, muchas cosas empezaron en el siglo XIX y solo se concretaron en el siglo XX. Una de las dificultades de este ejercicio es que es muy difícil volver a colocarse en la posición de lo que era en 1900 como matemático, porque gran parte de las matemáticas del siglo pasado han sido absorbidas por nuestra cultura, por nosotros. Es muy difícil imaginar un momento en que las personas no pensaron en nuestros términos. De hecho, si haces un descubrimiento realmente importante en matemáticas, ¡serás omitido por completo! Simplemente te absorben en el fondo. Así que volviendo, hay que intentar imaginar cómo era en una era diferente cuando la gente no pensaba en nuestro camino. ... Déjame ver la historia en pocas palabras: ¿Qué ha pasado con las matemáticas? Preferiré unir los siglos XVIII y XIX, como la era de lo que podríamos llamar matemáticas clásicas, la era que asociamos con Euler y Gauss, donde se elaboraron y desarrollaron todas las grandes matemáticas clásicas. Podrías haber pensado que eso sería casi el final de las matemáticas, pero el siglo XX, por el contrario, ha sido muy productivo y de eso he estado hablando. El siglo 20 se puede dividir aproximadamente en dos mitades. Creo que la primera mitad ha estado dominada por lo que llamo la "era de la especialización", la era en la que el enfoque de Hilbert, de intentar formalizar las cosas y definir las cuidadosamente y luego continuar con lo que puede hacer en cada campo, fue muy influyente. Como dije, el nombre de Bourbaki está asociado con esta tendencia, donde las personas centraron su atención en lo que podría obtener dentro de un sistema algebraico u otro en particular en un momento dado. La segunda mitad del siglo XX ha sido mucho más de lo que yo llamaría la "era de la unificación", donde las fronteras se cruzan, las técnicas se han movido de un campo a otro y las cosas se han hibridado en gran medida. Creo que esto es una simplificación excesiva, pero creo que resume brevemente algunos de los aspectos que se pueden ver en las matemáticas del siglo XX. y las cosas se han hibridado en gran medida. Creo que esto es una simplificación excesiva, pero creo que resume brevemente algunos de los aspectos que se pueden ver en las matemáticas del siglo XX. y las cosas se han hibridado en gran medida. Creo que esto es una simplificación excesiva, pero creo que resume brevemente algunos de los aspectos que se pueden ver en las matemáticas del siglo XX.

### **8. Asesoramiento a un joven matemático, en *The Princeton Companion to Mathematics*(Princeton, 2008), 1000-1004.**

Un investigador matemático, como un artista creativo, tiene que estar apasionadamente interesado en el tema y totalmente dedicado a él. Sin una fuerte motivación interna, no puede tener éxito, pero si disfruta de las matemáticas, la satisfacción que puede obtener al resolver problemas difíciles es inmensa. El primer año o dos de investigación es el más difícil. Hay mucho que aprender. Uno lucha sin éxito con problemas pequeños y tiene serias dudas sobre la capacidad de uno para demostrar algo interesante. Pasé por ese período en mi segundo año de investigación, y Jean-Pierre Serre, quizás el destacado matemático de mi generación, me dijo que él también había contemplado rendirse en una etapa. Sólo los mediocres tienen una confianza suprema en su capacidad. Cuanto mejor sea usted, más altos serán los estándares que establezca: puede ver más allá de su alcance inmediato. Muchos aspirantes a matemáticos también tienen talentos e intereses en otras direcciones y pueden tener una difícil elección entre embarcarse en una carrera matemática y perseguir algo más. Se dice que el gran Gauss vaciló entre las matemáticas y la filología, Pascal abandonó las matemáticas a una edad temprana para la teología, mientras que Descartes y Leibniz también son famosos como filósofos. Algunos matemáticos pasan a la física (por ejemplo, Freeman Dyson), mientras que otros (por ejemplo, Harish

Chandra, Raoul Bott) se han movido en la dirección opuesta. No debe considerar las matemáticas como un mundo cerrado, y la interacción entre las matemáticas y otras disciplinas es saludable tanto para el individuo como para la sociedad.