Grigori Yakovlevich Perelman, un genio independiente en San Petesburgo

Hijo del ingeniero eléctrico Yakov Perelman y de la profesora de matemáticas Lubov Lvovna, Grigori Yakovlevich Perelman nació en Leningrado, ahora denominada de nuevo San Petesburgo, el 13 de junio de 1966. Siendo judíos, siempre les acució el problema de vivir en un país donde se temía que las personas de ascendencia judía podrían haber dividido su lealtad. Fue el primer hijo del matrimonio, al que desde muy niño llamaron con el apelativo de Grisha. Aprendió desde muy temprana edad a tocar el violín, con la ayuda de su madre y de un tutor privado. Por otra parte, su padre tuvo también una gran influencia en el desarrollo de las habilidades de resolución de problemas del joven Grisha. Al hablar de su padre, dice Perelman (ver [11]):

> *Me facilitó problemas matemáticos y también lógicos para pensar. Dispuse gracias a mi padre de una gran cantidad de libros para leer. También me enseñó a jugar al ajedrez. Estaba orgulloso de mí*.

Asimismo, su madre también le ayudó a desarrollar sus habilidades matemáticas y ya cuando tenía solo diez años había participado en diferentes concursos matemáticos de distrito, en los que mostró un notable talento. Lubov se preocupó de pedir consejo sobre la mejor forma de desarrollar el talento matemático Grisha y se le recomendó que lo inscribiera en un club de matemáticas que dirigía en aquella época un preparador de solamente diez y nueve años llamado Sergei Rukshin. El club se reunía dos veces a la semana en el *Palacio de Pioneros* (Los palacios de Pioneros son centros destinados a fomentar el trabajo creativo, el entrenamiento deportivo y las actividades extracurriculares), al final de la jornada escolar, y Rukshin, un estudiante de pregrado en la Universidad de Leningrado, tenía algunas nuevas formas de sacar el mejor partido de los muchachos que llegaban al club.

Rukshin rápidamente vio el potencial de Perelman a pesar de que al principio se distinguía poco de los otros niños brillantes en el grupo. Se desarrolló una conexión, un entendimiento entre los dos que hizo que Perelman se convirtiera en el discípulo predilecto de Rukshin. En el verano de 1980 Rukshin tuteló a Perelman para que aprendiera inglés al objeto de que entrara en la Escuela de Matemáticas Especiales de Leningrado y en la Escuela de Física número 239 en septiembre de ese mismo año. Para hacer que Perelman pudiera matricularse le organizó un intenso aprendizaje del inglés, cubriendo el aprendizaje de cuatro años en unas pocas semanas. La familia del muchacho tenía que permanecer en Leningrado durante el verano, en lugar de viajar al país donde aprender el idioma, como hubiera sido lo normal. Las lecciones se dieron paseando por los parques de Leningrado, hasta que finalmente, fue alcanzado el objetivo con éxito.

En la clase en la que Perelman fue adscrito, dentro de la Escuela 239, aunque poco habitual, fueron también adscritos a ella los otros miembros del grupo de estudiantes de talento que habían sido tutelados por Rukshin. En la escuela, Ryzhik Valery se convirtió tanto en el profesor-tutor como en su profesor de matemáticas. Aunque Ryzhik era un profesor de matemáticas extraordinariamente talentoso, la clase que contenía la colección de genios matemáticos de Rukshin era casi un reto imposible para él.

Ryzhik iba a un club de ajedrez local una noche por semana, al cual asistía también Perelman, mostrando ambos excelentes condiciones de juego. Al cumplir quince años asistió por vez primera a un campamento de verano dirigido por Rukshin, siendo en realidad ésta la vez primera en que Perelman pasaba una noche lejos de su madre. El vínculo entre Rukshin y Perelman ayudó a superar la difícil situación del muchacho. Rukshin no sólo entrenó a sus chicos del club para ser los mejores solucionadores de problemas de matemáticas, sino que también trató de ampliar sus intereses. Perelman, aunque ya estaba interesado en la música clásica y en el violín, también fue capaz de ampliar sus intereses musicales. Sin embargo, a pesar de asistir a campamentos con Rukshin, Perelman nunca tomó parte en los viajes organizados por Ryzhik.

En enero de 1982 Grisha fue elegido como miembro potencial del equipo soviético para la Olimpiada Matemática de 1982. Asistió a una sesión de selección en Chernogolovka, a unos 80 km al norte de Moscú, donde además de a la formación matemática fueron sometidos a rígidos ejercicios físicos en el gimnasio. Perelman sobresalió y al ser aceptado, el siguiente paso fue una reunión de dos días en Odessa, en el mes de abril, donde se les planteó a los miembros del equipo un conjunto de problemas mucho más difíciles que los que se esperaba resolverían en las sesiones de la Olimpiada. Perelman logró la máxima puntuación, ocurriendo lo mismo en las sesiones de la Olimpiada Internacional de Matemáticas en Budapest, que tuvieron lugar en julio. Consiguió la medalla de oro y un premio especial por haber logrado una puntuación perfecta. El hecho de ser miembro del equipo soviético le facilitó la entrada automática en la universidad.

En el otoño de 1982 entró en la Universidad Estatal de Leningrado. Allí fue influenciado sobre todo por Viktor Zalgaller y por Aleksandr Aleksandrov Danilovic. Durante sus años de estudiante fue ayudado por Rukshin como profesor particular de matemáticas, asistiendo a los campamentos de verano, pero sus estándares increíblemente altos hacia que fuera casi imposible integrar su trabajo junto con el del resto de los estudiantes. Finalmente Rukshin tuvo que dejar de asistirle en los campamentos de verano. Su trabajo en la universidad, sin embargo, fue excepcional, graduándose en 1987. Ya había publicado una serie de documentos: *Realization of abstract k-skeletons as k-skeletons of intersections of convex polyhedra in* $\mathbf{R}^{2k-1}$ (en ruso) (1985); (con I V Polikanova). *A remark on Helly's theorem* (en ruso) (1986); un suplemento a A D Aleksandrov's, *On the foundations of geometry* (en ruso) (1987) en donde Perelman discute la equivalencia de el axioma Pasch-style de Aleksandrov y algunas de sus consecuencias; y *On the k-radii of a convex body* (en ruso) (1987).

Podríamos imaginar que los logros conseguidos significarían su aceptación con los brazos abiertos como estudiante graduado en la sección de Leningrado del Instituto de Matemáticas de Steklov. Sin embargo, ya desde la época de la dirección de Ivan Vinogradov, el instituto seguía la política de no aceptar a judíos, y aunque ahora tenía un nuevo director, tal política persistía. Aleksandr Aleksandrov Danilovic escribió al director solicitando que a Perelman se le permitirá llevar a cabo estudios de postgrado bajo su propia supervisión en la sección de Leningrado del Instituto de Matemáticas Steklov. La solicitud, altamente inusual viniendo de alguien del renombre de Aleksandrov, fue tenida en cuenta de inmediato, aunque a pesar de que Aleksandrov sería su asesor oficial, en la práctica era Yuri Burago quién asumió el papel. Perelman defendió sus tesis *Saddle Surfaces in Euclidean Spaces* en 1990. Ya había publicado uno de los principales resultados de la tesis en *An example of a complete saddle surface in* R^4 *with Gaussian curvature bounded away from zero* (en ruso) (1989).

Burago contactó a Leonidovich Gromov Mikhael, que había sido profesor en la Universidad Estatal de Leningrado y que en ese momento era miembro permanente del Institut des Hautes Études Scientifiques, en las afueras de París. Explicó a Gromov que tenía un destacado estudiante y le preguntó si podría disponer de una invitación expedida por él para pasar un tiempo en IHES. Tal invitación permitió a Perelman permanecer varios meses en IHES trabajando con Gromov en Espacios de

Aleksandrov. El primer artículo importante de Perelman, escrito conjuntamente con Burago y Gromov, fue *A D Aleksandrov spaces with curvatures bounded below* (1992). Tadeusz Januszkiewicz comienza una del mismo del siguiente modo:

> *Es este un importante documento en muchos aspectos. Contiene un análisis cuidadoso y detallado de los hechos más básicos de la teoría, incluyendo varias formas equivalentes de definiciones. Se reconoce que la base de varios teoremas importantes de la geometría de Riemann es la teoría de los espacios de Aleksandrov, que las proposiciones y las pruebas se vuelven más satisfactorias (aunque no necesariamente más fáciles), en este contexto, surgiendo de forma natural nuevos teoremas para completar el cuadro. Se desarrollan herramientas útiles para el estudio de los espacios con curvatura Aleksandrov limitada en toda su generalidad. Por último, contiene una amplia discusión de los resultados y los problemas abiertos.*

Después de visitar el IHES cerca de París, Perelman regresó al Instituto de Matemáticas Steklov de Leningrado, pero gracias a Gromov, Perelman fue invitado a los Estados Unidos para hablar en el Festival de Geometría 1991 celebrado en la Universidad Duke en Durham, Carolina del Norte. Dió algunas conferencias sobre el trabajo realizado en los Espacios de Aleksandrov con Burago y Gromov (que no había sido publicado en ese momento). En 1992, Perelman fue invitado a pasar el semestre de otoño en el Instituto Courant, Universidad de Nueva York, con una beca postdoctoral, y el semestre de primavera de 1993, en Stony Brook, un campus de la Universidad Estatal de Nueva York, de nuevo financiado por una beca. Masha Gessen describe a Perelman en estos días del modo siguiente [1]: -

> *Cuando Perelman llegó a los Estados Unidos tenía veintiséis años, alto y aparentemente en forma. Su barga y cabellos eran largos y negros y espesos. No creia en lo de cortarse el pelo o las uñas... llevaba la misma ropa todos los días, en particular, una chaqueta de pana marrón ..., comía un tipo particular de pan negro que solo podía adquirirse en una tienda rusa de Brooklyn Beach, a donde Perelman iba caminando por Manhatan.*

Cuando Perelman se encontraba en Estados Unidos en 1992, su madre residía en casa de amigos de Nueva York, mientras su padre había emigrado a Israel, y su joven hermana, Lena Perelman, proseguía su educación en San Petersburgo (Leningrado volvió a su nombre original de San Petersburgo en 1991). Conoció a Jeff Cheeger y a Tian Gang, y los tres viajaban regularmente a Princeton para asistir a seminarios en el Instituto de Estudios Avanzados. Asistió a una conferencia en Israel en 1993, aceptando luego una beca de investigación Miller de dos años en la Universidad Berkeley, de California. Publica algunos trabajos notables durante estos años. *Elementos de la teoría de Morse en espacios Aleksandrov (Elements of Morse theory on Aleksandrov spaces ,* en ruso, 1993), e investiga la estructura local de los espacios topológicos Aleksandrov *Manifolds of positive Ricci curvature with almost maximal volume* (1994), resolviendo una conjetura sobre una variedad riemanniana completa Mn.

Si una variedad tiene curvatura de Ricci≥n-1 y volumen aproximadamente esférico entonces Perelman demostró que es homeomorfa a la esfera. El mayor avance, sin embargo, fue su papel en la prueba de la conjetura de Cheeger-Gromoll (1994), que respondía a una pregunta formulada por Cheeger y Gromoll veinte años antes. Perelman fue invitado a hablar ante el Congreso Internacional de Matemáticos en Zurich en 1994, desarrollando su conferencia sobre *Spaces with curvature bounded below*.

Para entender los problemas en los que Perelman estaba comenzando a pensar en todo este tiempo, damos la descripción de la Conjetura de Poincaré y la conjetura de geometrización de Thurston de [16]:

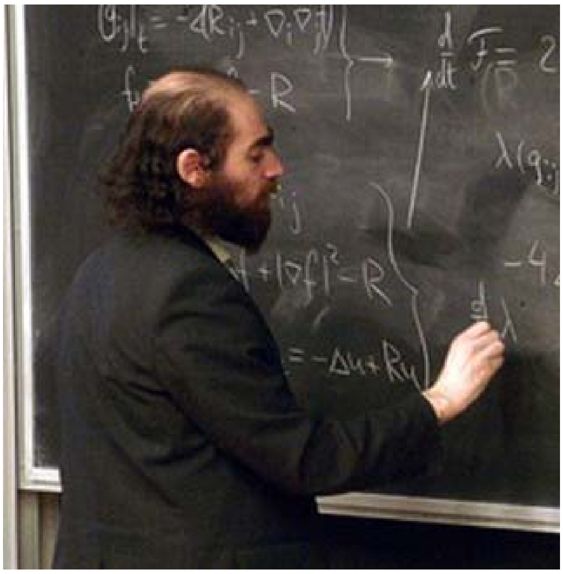
> Una 2-variedad con curvatura positiva puede deformarse en una 2-esfera, una con curvatura cero puede deformarse en un toro, y una con curvatura negativa puede deformarse en un toro con más de un orificio. La Conjetura de Poincaré, debida originariamente al matemático francés Henri Poincaré en 1904, se refiere a variedades tridimensionales, o 3-variedades ... ¿Puede una 3-variedad simplemente conexa ser deformada en una 3-esfera? La Conjetura de Poincaré afirma que la respuesta a esta pregunta es sí. Al igual que con 2-variedades, también se podría esperar una clasificación de las 3-variedades. En la década de 1970, William Thurston, medalla Fields, formuló una nueva conjetura, que se dio en llamar la Conjetura de Geometrización de Thurston y que da una manera de clasificar todas las 3-variedades. La conjetura de geometrización de Thurston ofrece una visión panorámica de las 3-variedades y en realidad incluye la conjetura de Poincaré como un caso especial. Thurston propone que, de manera análoga al caso de 2-variedades, las 3-variedades se pueden clasificar utilizando la geometría. Pero la analogía no se extiende mucho más lejos: las 3-variedades son mucho más diversas y complejas que las 2-variedades.

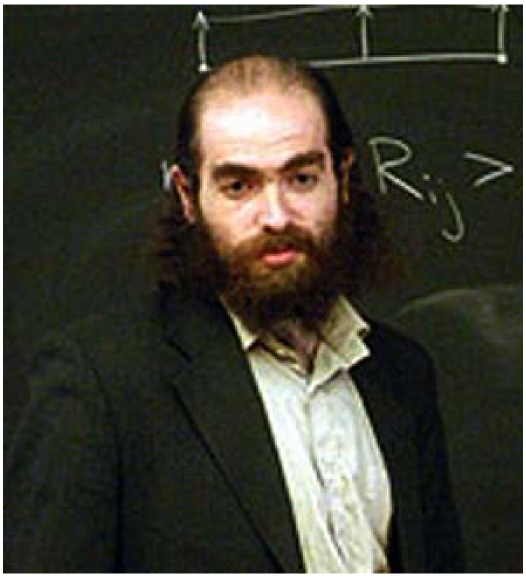
Un posible enfoque para atacar la Conjetura de Poincaré había sido desarrollado por Richard Hamilton, que había presentado una importante idea en 1982, cuando comenzó a estudiar una ecuación particular que él llamaba flujo de Ricci. Cuando Perelman iba a clases en el Instituto de Estudios Avanzados, asistió a una conferencia dada allí por Hamilton y habló con él después de la conferencia. Perelman recuerda [11]:

> *Tenía muchas ganas de preguntarle algo. Estaba sonriendo, y se encontraba muy enfermo. En realidad, me informó de un par de cuestiones él que publicaría unos años más tarde. No dudó en comunicármelas. Fue la apertura y la generosidad de Hamilton lo que realmente me atrajo. No puedo decir que la mayoría de los matemáticos actúen de esa manera. Yo estaba trabajando en campos diferentes, aunque de vez en cuando pensaba en el flujo de Ricci. No se tiene necesidad de ser un gran matemático para entender que este asunto sería útil para el tema de la geometrización. Yo notaba que poseía grandes conocimientos. Y seguí haciendo preguntas.*

Cuando fue becario Miller en Berkeley, Perelman asistió a algunas clases adicionales dadas por Hamilton y empezó a comprender por qué Hamilton no pudo hacer ningún progreso ulterior hacia la prueba de la conjetura de Poincaré utilizando el flujo de Ricci.

Durante su estancia en los Estados Unidos recibió Perelman varias indicaciones para que solicitara una cátedra. Indicaciones que provenían de instituciones de la talla de Stanford y Princeton. Incluso, sin haberla solicitado, se le ofreció una cátedra por la Universidad de Tel Aviv en Israel, pero rechazó todas las ofertas y *regresó a la sección de San Petersburgo del Instituto de Matemáticas Steklov después de que su trabajo con la beca Miller llegara a su fin en el verano de 1995. Básicamente, fue capaz de vivir de los ahorros procedentes del dinero recibido en los Estados Unidos, que eran bastante considerables ya que en esa época había vivido muy frugalmente. Se negó a aceptar un premio de la Sociedad Europea de Matemáticas en 1996. Perelman se dió cuenta de que Hamilton no estaba haciendo ningún progreso en la conjetura de Poincaré cuando leyó un artículo suyo publicado en 1995 y, al año siguiente, le escribió explicándole que él podría tener una importante aportación al problema y se ofrecía a colaborar con él. Al no recibir respuesta, Perelman tomó la decisión de trabajar él solo en la conjetura de Poincaré.*





El 11 de noviembre de 2002, Perelman insertó en la web el documento de la Fórmula de Entropía para el flujo de Ricci y sus aplicaciones geométricas (*The Entropy Formula for the Ricci Flow and Its Geometric Applications*). A pesar de que no expresaba en el documento la posibilidad de resolver la conjetura de Poincaré, cuando fue leído por expertos en la materia se comprendió que había realizado el necesario avance para la resolución de la conjetura. Inmediatamente recibió invitaciones para visitar los campus de varias universidades, como Stony Brook, de la Universidad Estatal de Nueva York, y el Instituto de Tecnología de Massachusetts. Comenzó entonces a planear estas visitas y, antes de salir, publicó en la web un segundo documento sobre el flujo de Ricci con cortes en 3-variedades (*Ricci flow with surgery on three-manif)*, que continúan el proceso de la demostración. Llegó a los Estados Unidos en abril de 2003 y visitó en primer lugar el Instituto de Tecnología de Massachusetts, donde dio charlas sobre su trabajo en la mayoría de los días de las dos semanas que estuvo allí. Análogamente, pasó dos semanas también en Stony Brook, siguiendo con visitas a la Universidad de Columbia y a la Universidad de Princeton, donde dio varias conferencias. Rechazó todas las ofertas de cátedras que se le hicieron, sintiéndose verdaderamente molesto por la presión que recibía para que aceptara algún puesto.

Regresó a San Petersburgo a finales de abril de 2002 y, en julio, sube a la web *Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds*, la tercera entrega de su obra. Tomó algún tiempo para que los expertos en el campo lograran convencerse de que Perelman había resuelto la Conjetura de Poincaré y un poco más de tiempo de trabajo en los detalles para ver que había resuelto también la conjetura de Geometrización de Thurston. Él continuó trabajando en el Instituto de Matemáticas Steklov en San Petersburgo, donde fue promovido a Investigador Senior. Sin embargo, en diciembre de 2005 renunció, diciendo que estaba decepcionado con las matemáticas y quería probar en otra cosa. En agosto de 2006 fue galardonado con una medalla Fields:

> *Por sus contribuciones a la geometría y sus ideas revolucionarias en la estructura analítica y geométrica del flujo de Ricci.*

John Lott describió el trabajo de Perelman para la obtención de la Medalla Fields en una conferencia que dio en el Congreso Internacional de Matemáticos en Zurich en agosto de 2006 [8].

Para obtener un extracto de la charla de Lott, dando algunos detalles técnicos (inglés), ver en el apéndice de este artículo o, también, en este enlace:

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Extras/Perelman_Medal.html

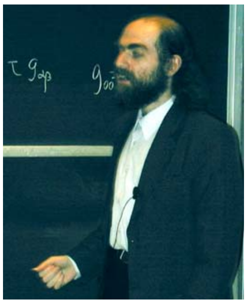
(Es conveniente tener en cuenta el cuidadoso lenguaje empleado por Lott. El no dice que Perelman "ha demostrado la conjetura", sino solamente que "presentó pruebas de la conjetura de Poincaré y de la conjetura de geometrización").

Perelman rechazó la invitación como orador plenario en el Congreso Internacional de Matemáticos de 2006. También se negó a aceptar la concesión de la Medalla Fields, siendo la primera persona que lo ha hecho. Realmente, si su deseo fué evitar la publicidad tuvo muy poco éxito, pues el interés generado en el público fue enorme, y estaba ya acosado por la prensa. En marzo de 2010, el Instituto Clay de Matemáticas (Clay Mathematics Institute) comunicó que Grigori Perelman había cumplido las condiciones para la concesión de un millón de dólares que tenía el instituto ofrecido por la solución de la conjetura de Poincaré. En julio de 2010 Perelman se negó a aceptar el millón de dólares, diciendo:-

> *No me agrada la decisión, creo que es injusta. Yo considero que la contribución del matemático estadounidense Hamilton para la solución del problema no es menor que la mía.*

Finalizamos esta biografía citando una afirmación de Mikhael Gromov ([1]):

> *... Grisha Perelman tiene principios morales a los que él honestamente obedece. Y esto sorprende a la gente. A menudo se dice que actúa de manera extraña, simplemente porque actúa con honestidad, de forma inconformista, lo cual resulta algo impopular en la sociedad, a pesar de que esto debería ser la norma...*



Basado en el artículo de JJ O'Connor y EF Robertson
http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Perelman.html
casanchi.com
2013

Referencias

Libros:

1. M Gessen, *Perfect Rigor: A Genius and the Mathematical Breakthrough of the Century* (New York, 2009).

Articulos:

2. 2006 Fields Medals awarded, *Notices Amer. Math. Soc.* **53** (9) (2006), 1037-1044.
3. L Bessières, G Besson and M Boileau, The proof of the Poincaré conjecture, according to Perelman, in *The scientific legacy of Poincaré* (Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2010), 243-255.
4. R Ezhil K, The man who refused the Fields Medal may also refuse a million dollars, *Current Sci.* **98** (10) (2010), 1279-1280.
5. A Jackson, Conjectures No More? Consensus Forming on the Proof of the Poincaré and Geometrization Conjectures,*Notices Amer. Math. Soc.* **53** (8) (2006). 897-901.
6. B Kleiner and J Lott, Notes on Perelman's papers, *Geometry & Topology* **12** (5) (2008), 2587-2855.
7. N Lobastova and M Hirst, World's top maths genius jobless and living with mother, *The Daily Telegraph* (20 August 2006).
8. J Lott, The work of Grigory Perelman, *International Congress of Mathematicians* **I** (Eur. Math. Soc., Zürich, 2007), 66-76.
9. D Mackenzie, Breakthrough of the year. The Poincaré Conjecture-Proved, *Science* **314** (5807) (2006), 1848-1849.
10. J Mullins, Prestigious Fields Medals for mathematics awarded, *New Scientist* (22 August 2006).
11. S Nasar and D Gruber, Manifold Destiny: A legendary problem and the battle over who solved it, *The New Yorker*(21 August 2006).
12. A Osborn, Russian maths genius may turn down $1m prize, *The Daily Telegraph* (27 March 2010).
13. D Overbye, An Elusive Proof and Its Elusive Prover, *The New York Times* (15 August 2006).
14. J A Paulos, He Conquered the Conjecture, *The New York Review of Books* (23 December 2010).
15. J Porti, 2006 Fields Medal: Grigori Perelman (Catalan), *SCM Not. No.* **23** (2007), 50-51.
16. Press Release, 2006 Fields Medal: Grigori Perelman.
17. J Randerson, Meet the cleverest man in the world (who's going to say no to a $1m prize), *The Guardian* (16 August 2006).
18. S Robinson, Russian Reports He Has Solved a Celebrated Math Problem, *The New York Times* (15 April 2003).
19. A M Vershik, J Bourgain, H Kesten and N Reshetikhin, The mathematical work of the 2006 Fields medalists,*Notices Amer. Math. Soc.* **54** (3) (2007), 388-404.

July 2011

APENDICE:

El trabajo que conduce a Perelman a la Medalla Fields 2006

John Lott describió el trabajo de Perelman para la obtención de la Medalla Fields en una conferencia que pronunció en el Congreso Internacional de Matemáticos en Zurich, en agosto de 2006. He aquí un extracto de su conferencia:

Grigory Perelman has been awarded the Fields Medal for his contributions to geometry and his revolutionary insights into the analytical and geometric structure of the Ricci flow.

Perelman was born in 1966 and received his doctorate from St. Petersburg State University. He quickly became renowned for his work in Riemannian geometry and Aleksandrov geometry, the latter being a form of Riemannian geometry for metric spaces. Some of Perelman's results in Aleksandrov geometry are summarized in his 1994 ICM talk. We state one of his results in Riemannian geometry. In a short and striking article, Perelman proved the so-called Soul Conjecture.

Soul Conjecture (conjectured by J Cheeger and D Gromoll in 1972, proved by Perelman in 1994):

> Let *M* be a complete connected noncompact Riemannian manifold with nonnegative sectional curvatures. If there is a point where all of the sectional curvatures are positive, then *M* is diffeomorphic to Euclidean space.

In the 1990s, Perelman shifted the focus of his research to the Ricci flow and its applications to the geometrization of three-dimensional manifolds. In three preprints posted on the arXiv in 2002-2003 [*The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications*; *Ricci flow with surgery on three-manifolds*; *Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds*], Perelman presented proofs of the Poincaré conjecture and the geometrization conjecture.

The Poincaré conjecture dates back to 1904. The version stated by Poincaré is equivalent to the following.

Poincaré conjecture:

> A simply connected closed (=compact boundaryless) smooth 3-dimensional manifold is diffeomorphic to the 3-sphere.

Thurston's geometrization conjecture is a far-reaching generalization of the Poincaré conjecture. It says that any closed orientable 3-dimensional manifold can be canonically cut along 2-spheres and 2-tori into 'geometric pieces'. There are various equivalent ways to state the conjecture. We give the version that is used in Perelman's work.

Geometrization conjecture:

> If *M* is a connected closed orientable 3-dimensional manifold, then there is a connected sum decompo-sition

$$M = M_1 \# M_2 \# \ldots \# M_N$$

such that each M_i contains a 3-dimensional com-pact submanifold-with-boundary G_i a subset of M_i with the following properties:

1. G_i is a graph manifold.

2. The boundary of G_i, if nonempty, consists of 2-tori that are incompressible in M_i.

3. M_i - G_i admits a complete finite-volume Riemannian metric of constant negative curvature.

In the statement of the geometrization conjecture, G_i is allowed to be the empty set or M_i. (For example, if $M = S^3$ then we can take $M_1 = G_1 = S^3$.) The geometrization conjecture implies the Poincaré conjecture. Thurston proved that the geometrization conjecture holds for Haken 3-manifolds.